UNIDAD Nº 2

2.1 Introducción

La mecánica se basa en tres leyes naturales, enunciadas por primera vez de un modo preciso por Isaac Newton (1643-1727). No debe deducirse, sin embargo, que la mecánica como ciencia comenzó con Newton. Muchos le habían precedido en estos estudios, siendo el más destacado Galileo Galilei (1564-1642), quien, en sus trabajos sobre el movimiento acelerado, había establecido los fundamentos para la formulación por Newton de sus tres leyes.
En este curso sólo utilizaremos dos de las tres leyes de Newton: la primera y la tercera.

2.2 Equilibrio – Primera ley de Newton

Un efecto de las fuerzas es alterar las dimensiones o la forma del cuerpo sobre el que actúan; otro consiste en modificar su estado de movimiento. **El movimiento de un cuerpo** puede considerarse compuesto de su **movimiento como conjunto**, o **movimiento de traslación**, y de cualquier **movimiento de rotación** que el cuerpo pueda tener.

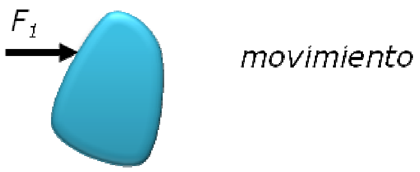
En el caso más general, **una fuerza única** actuando sobre un cuerpo produce a la vez ***cambios en sus movimientos de traslación y de rotación***.

Cuando **varias fuerzas** actúan simultáneamente sobre un cuerpo, sus efectos pueden compensarse entre sí, dando como resultado que no haya cambio en su movimiento de traslación ni en el de rotación. Cuando sucede esto, se dice que ***el cuerpo está en* equilibrio**, lo que significa:

1. *que el cuerpo en conjunto o permanece en reposo o se mueve en línea recta con velocidad constante*;
2. *que el cuerpo no gira o que lo hace con velocidad angular constante*.

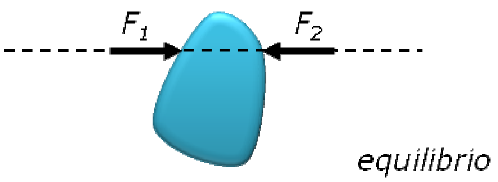
Analicemos algunas experiencias (idealizadas) a partir de las cuales podamos deducir las leyes del equilibrio:

Si representamos un objeto rígido y plano de forma arbitraria colocado sobre una superficie horizontal de rozamiento despreciable y le aplicamos una fuerza única $\boldsymbol{F_1}$ (figura siguiente), estando inicialmente el objeto en reposo, observaremos que comienza a la vez a moverse y a girar en el sentido de las agujas de un reloj.



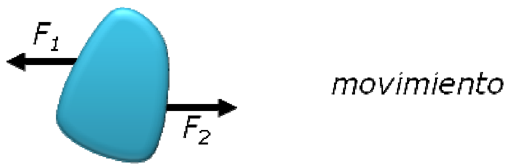
Si el cuerpo está inicialmente en movimiento, el efecto de la fuerza es cambiar el movimiento de traslación en magnitud o en dirección (o ambas cosas a la vez) y aumentar o disminuir su velocidad de rotación. Es decir, en todo caso el cuerpo no permanece en equilibrio.

El equilibrio se restablece aplicando una segunda fuerza $\boldsymbol{F_2}$ (figura siguiente) que sea de igual valor que $\boldsymbol{F_1}$ y actúe en su misma línea de acción, pero en sentido opuesto. La resultante de $\boldsymbol{F_1}$ y $\boldsymbol{F_2}$ es en consecuencia nula.



$$F_2 = - F_1$$
$$R = F_1 + F_2 = F_1 + (- F_1) = 0$$

Si las líneas de acción de ambas fuerzas no coinciden (figura siguiente), el cuerpo mantendrá su equilibrio de traslación pero no el de rotación.



En la Fig. 2.1, un cuerpo está sometido a tres fuerzas coplanarias no paralelas: $\boldsymbol{F_1}$, $\boldsymbol{F_2}$ y $\boldsymbol{F_3}$. Cualquier fuerza aplicada a un cuerpo rígido, puede suponerse actuando en un punto arbitrario de su línea de acción. Por lo tanto, traslademos dos cualesquiera de las fuerzas,

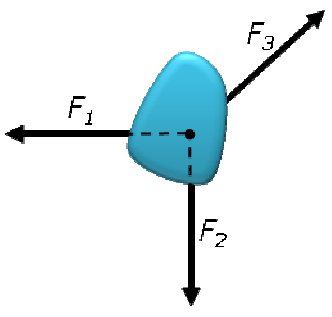


Fig. 2.1

F_1 y ***F_2*** por ejemplo, a la intersección de sus líneas de acción y obtengamos su resultante ***R*** (Fig. 2.2). Las fuerzas quedan reducidas ahora a ***R*** y ***F_3***. Para que exista equilibrio, éstas deben cumplir las siguientes condiciones:

1. ser iguales en intensidad
2. ser de sentido opuesto
3. tener la misma línea de acción

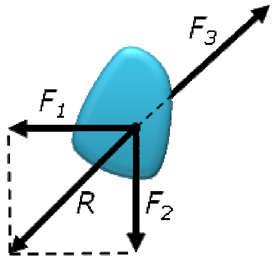


Fig. 2.2

De las dos primeras condiciones se deduce que la resultante de las tres fuerzas es nula. La tercera condición se cumple sólo si la línea de acción de ***F_3*** pasa por el punto de intersección de las líneas de acción de ***F_1*** y ***F_2***. Por lo tanto, ***las tres fuerzas han de ser <u>concurrentes</u>***.

Para una **solución analítica**, hemos visto que **las componentes rectangulares** de la **resultante *R* de cualquier conjunto de fuerzas coplanarias,** son:

$$R_x = \sum F_x \qquad\qquad R_y = \sum F_y$$

Cuando un cuerpo está en equilibrio, la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre él es nula. Ambas componentes rectangulares son entonces nulas, y, por tanto, para un cuerpo en equilibrio se verifica:

$$\boldsymbol{\sum F_x = 0 \qquad\qquad \sum F_y = 0}$$

1º condición de equilibrio

La expresión de que un cuerpo está en equilibrio completo cuando quedan satisfechas ambas condiciones es la esencia de *la **<u>primera ley del movimiento de Newton</u>**:*

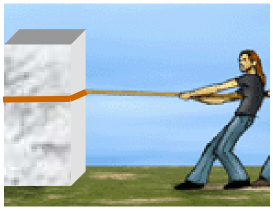
Todo cuerpo continúa en su estado de reposo, o de movimiento uniforme y rectilíneo, a menos que sea impulsado a cambiar dicho estado por fuerzas ejercidas sobre él.

2.3 Tercera ley del movimiento de Newton

Cualquier fuerza dada es sólo un aspecto de una acción mutua entre dos cuerpos. ***Siempre que un cuerpo ejerce una fuerza sobre otro, el segundo ejerce sobre el primero una fuerza igual en magnitud, de sentido opuesto y que tiene la misma línea de acción.*** No es posible, por tanto, la existencia de una fuerza única, aislada. Las dos fuerzas que intervienen se denominan ***acción*** y ***reacción***. *La tercera ley del movimiento de Newton* dice*:*

> ***A cada acción se opone siempre una reacción igual; o sea, las acciones mutuas entre dos cuerpos son siempre iguales y dirigidas hacia partes contrarias.***

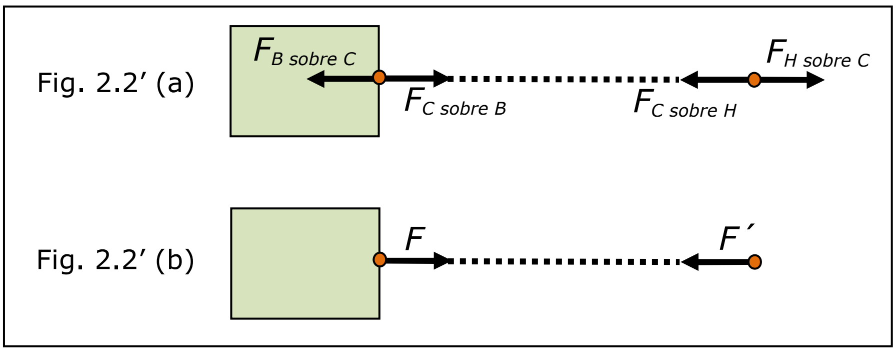
Un hombre arrastra un bloque de mármol sobre un piso tirando de una cuerda atada al bloque. El bloque puede estar o no en equilibrio. ¿Qué reacciones hay entre las diversas fuerzas? ¿Cuáles son los pares acción-reacción?



Para responder a estas preguntas, representamos las fuerzas horizontales que actúan sobre cada cuerpo: el bloque (B), la cuerda (C) y el hombre (H). Para mayor claridad, usamos subíndices en todas las fuerzas [Fig. 2.2'(a)].

El vector $\boldsymbol{F}_{H\ SOBRE\ C}$ representa la fuerza ejercida *por* el hombre *sobre* la cuerda; su reacción es la fuerza igual y opuesta $\boldsymbol{F}_{C\ SOBRE\ H}$ ejercida *por* la cuerda *sobre* el hombre. $\boldsymbol{F}_{C\ SOBRE\ B}$ es la fuerza ejercida por la cuerda sobre el bloque; su reacción es la fuerza igual y opuesta $\boldsymbol{F}_{B\ SOBRE\ C}$ ejercida por el bloque sobre la cuerda:

$$\boldsymbol{F}_{C\ SOBRE\ H} = -\boldsymbol{F}_{H\ SOBRE\ C} \qquad y \qquad \boldsymbol{F}_{C\ SOBRE\ B} = -\boldsymbol{F}_{B\ SOBRE\ C}$$



Las fuerzas $\boldsymbol{F}_{B\ SOBRE\ C}$ y $\boldsymbol{F}_{H\ SOBRE\ C}$ no son un par de fuerzas de acción y reacción, puesto que ambas actúan sobre el mismo cuerpo (la cuerda) y una acción y su reacción *siempre* actúan sobre *cuerpos distintos*. Además, dichas fuerzas no son necesariamente de igual magnitud, ya que si el bloque y la cuerda se mueven hacia la derecha con velocidad creciente, la cuerda no estará en equilibrio y $\boldsymbol{F}_{B\ SOBRE\ C} < \boldsymbol{F}_{H\ SOBRE\ C}$. Entonces, estas fuerzas serán de igual magnitud únicamente en el caso de que la cuerda permanezca en reposo o se mueva con velocidad constante; pero esto es un ejemplo de la primera ley, no de la tercera.

Sin embargo, aún cuando la velocidad de la cuerda esté cambiando, las fuerzas de acción y reacción $\boldsymbol{F}_{B\ SOBRE\ C}$ y $\boldsymbol{F}_{C\ SOBRE\ B}$ son iguales entre sí, tal como ocurre con las fuerzas de acción y reacción $\boldsymbol{F}_{C\ SOBRE\ H}$ y $\boldsymbol{F}_{H\ SOBRE\ C}$ (aunque $\boldsymbol{F}_{B\ SOBRE\ C} \neq \boldsymbol{F}_{H\ SOBRE\ C}$).

En el caso especial de que la cuerda está en equilibrio, $\boldsymbol{F}_{B\ SOBRE\ C}$ es igual a $\boldsymbol{F}_{H\ SOBRE\ C}$ en virtud de la primera ley de Newton. Puesto que $\boldsymbol{F}_{B\ SOBRE\ C}$ es siempre igual a $\boldsymbol{F}_{C\ SOBRE\ B}$ en virtud de la tercera ley de Newton, entonces en este caso $\boldsymbol{F}_{C\ SOBRE\ B}$ es igual a $\boldsymbol{F}_{H\ SOBRE\ C}$. Puede considerarse por tanto, que la cuerda transmite al bloque, sin variación, la fuerza ejercida sobre ella por el hombre.

Si adoptamos el punto de vista precedente, tenemos el esquema de fuerzas más sencillo de la Fig. 2.2'(b), en donde se considera que el hombre ejerce una fuerza $\boldsymbol{F}$ directamente sobre el bloque. La reacción es la fuerza $\boldsymbol{F'}$ ejercida directamente por el bloque sobre el hombre. El único efecto de la cuerda es transmitir estas fuerzas de un cuerpo al otro.

Un cuerpo como la cuerda, que está sujeto a tracciones en sus extremos, decimos que está en ***tensión***. La tensión en cualquier punto es igual a la fuerza ejercida en dicho punto. Así, en la Fig. 2.2'(a), la tensión en el extremo derecho de la cuerda es igual al valor de $\boldsymbol{F}_{H\ SOBRE\ C}$ (o $\boldsymbol{F}_{C\ SOBRE\ H}$) y la tensión en el extremo izquierdo es igual al valor de $\boldsymbol{F}_{C\ SOBRE\ B}$ (o $\boldsymbol{F}_{B\ SOBRE\ C}$). Si la cuerda está en equilibrio y no hay más fuerzas que las de sus extremos, como en la Fig. 2.2'(b), la tensión es la misma en ambos extremos y en cualquier punto intermedio. Si por ejemplo, en la Fig. 2.2'(b), los valores de $\boldsymbol{F}$ y $\boldsymbol{F'}$ son de 50 N cada uno, la tensión en la cuerda es de 50 N (no 100 N).

Ejemplos de equilibrio:

Para la resolución de problemas de equilibrio, el procedimiento que puede servir de norma es el siguiente:

1º) Hacer un esquema claro del aparato o estructura.

2º) Elegir algún cuerpo del esquema que esté en equilibrio y representar todas las fuerzas que actúen sobre él. Esto se llama *aislar* el cuerpo elegido y el diagrama se denomina ***diagrama de fuerzas o diagrama del cuerpo libre***. Sobre éste se escriben los valores numéricos de todas las fuerzas dadas, ángulos y distancias, asignando letras a todas las magnitudes desconocidas (cuando una estructura se compone de varios miembros, se construye un diagrama de fuerzas separado para cada uno).

3º) Se dibuja un sistema de ejes rectangulares y se indican sobre cada diagrama de fuerzas, las componentes rectangulares de todas las fuerzas inclinadas.

4º) Se obtienen las ecuaciones algebraicas y trigonométricas necesarias a partir de la condición de equilibrio:

$$\boxed{\Sigma F_x = 0 \qquad \Sigma F_y = 0}$$

Una fuerza que encontraremos en muchos problemas es el ***peso*** de un cuerpo: la fuerza de atracción gravitatoria ejercida sobre el cuerpo por la Tierra. Veremos más adelante que, la línea de acción de esta fuerza pasa siempre por un punto denominado ***centro de gravedad*** del cuerpo.

Ejemplo Nº 1:

Consideremos el cuerpo en reposo de la Fig. 2.3, pendiente del techo mediante una cuerda vertical. La parte (b) de la figura es el diagrama de fuerzas para el cuerpo. Las fuerzas que

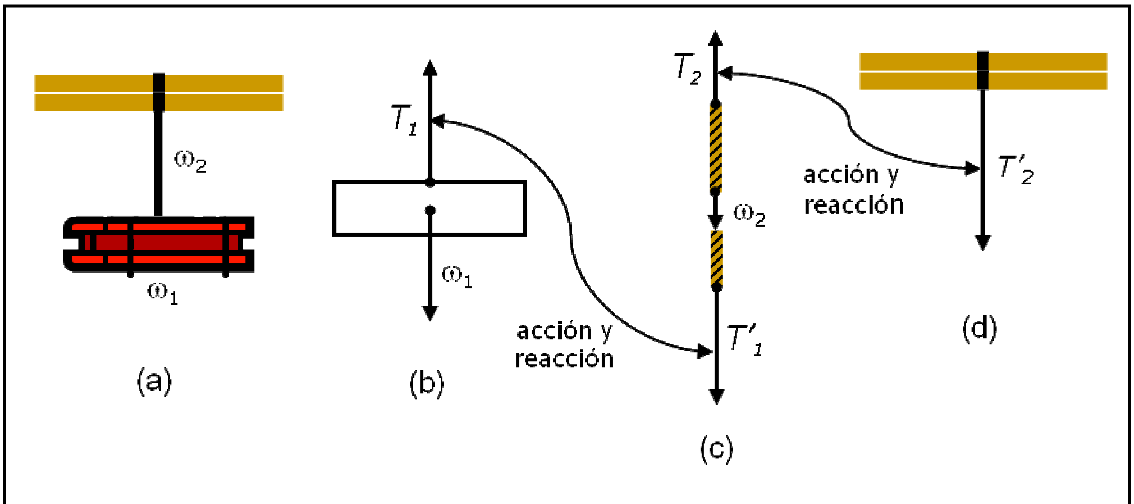


Fig. 2.3

actúan sobre él son su peso ω_1 y la fuerza hacia arriba T_1, ejercida por la cuerda sobre él. Si tomamos el eje ***x*** horizontal y el eje ***y*** vertical, no hay fuerzas componentes según el eje ***x***, y las componentes sobre el eje ***y*** son las fuerzas ω_1 y T_1. Según esto, en virtud de la condición $\Sigma F_y = 0$, tenemos:

$$\Sigma F_y = T_1 - \omega_1 = 0$$

$$\text{de donde} \quad T_1 = \omega_1 \qquad \text{(1ª ley)}$$

Para que ambas fuerzas tengan la misma línea de acción, el centro de gravedad del cuerpo ha de encontrarse debajo del punto de unión con la cuerda y en la misma vertical.

Insistamos de nuevo en que las fuerzas ω_1 y T_1 no constituyen una pareja de fuerzas de acción y reacción, aunque sean iguales en intensidad, de sentido opuesto y tengan la misma línea de acción. El peso ω_1 es una fuerza de atracción ejercida sobre el cuerpo por la Tierra. Su reacción es una fuerza de atracción igual y opuesta ejercida por el cuerpo sobre la Tierra. Esta reacción forma parte del sistema de fuerzas que actúan *sobre la Tierra*, y, por tanto, no aparece en el diagrama de fuerzas del bloque suspendido.

La reacción a la fuerza T_1 es una fuerza igual T'_1, dirigida hacia abajo, ejercida *sobre la cuerda* por el cuerpo suspendido:

$$T_1 = T'_1 \qquad \text{(3ª ley)}$$

La fuerza T'_1 está representada en la parte (c), que es el diagrama de fuerzas de la cuerda. Las otras fuerzas que actúan sobre la cuerda son su propio peso ω_2 y la fuerza T_2 dirigida hacia arriba, ejercida sobre su extremo superior por el techo. Puesto que la cuerda está también en equilibrio:

$$\sum F_y = T_2 - \omega_2 - T'_1 = 0$$

$$\text{de donde} \quad T_2 = \omega_2 + T'_1 \qquad \text{(1ª ley)}$$

La reacción a T_2 es la fuerza T'_2 de la parte (d), dirigida hacia abajo y ejercida sobre el techo por la cuerda:

$$T_2 = T'_2 \qquad \text{(3ª ley)}$$

Sea por ejemplo un cuerpo que pesa 20 N y una cuerda que pesa 1 N. Entonces:

$$T_1 = \omega_1 = 20 \text{ N}$$

$$T'_1 = T_1 = 20 \text{ N}$$

$$T_2 = \omega_2 + T'_1 = 1 \text{ N} + 20 \text{ N} = 21 \text{ N}$$

$$T'_2 = T_2 = 21 \text{ N}$$

Si el peso de la cuerda fuera despreciable por ser suficientemente pequeño, no actuarían prácticamente otras fuerzas que las de sus extremos. Las fuerzas T_2 y T'_2 serían entonces iguales cada una de ellas a 20 N y, como se explicó anteriormente, podría considerarse que la cuerda transmite de un extremo a otro, sin alteración, una fuerza de 20 N. Podríamos entonces considerar la tracción hacia arriba de la cuerda como una acción, y la tracción hacia abajo sobre el techo, como su reacción. La tensión de la cuerda sería entonces 20 N.

Ejemplo Nº2: En la Fig. 2.4(a), un bloque de peso ω cuelga de una cuerda que está anudada en *O* a otras dos cuerdas fijas al techo. Se desea calcular las tensiones en estas tres cuerdas. Los pesos de las cuerdas se consideran despreciables.

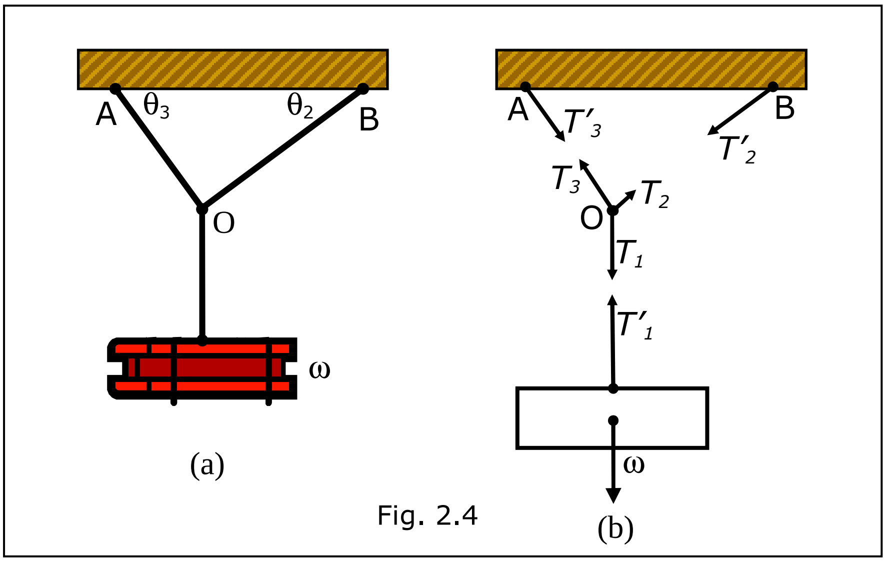


Fig. 2.4

Con objeto de utilizar las condiciones de equilibrio para calcular una fuerza desconocida, tenemos que considerar algún cuerpo que esté en equilibrio y sobre el cual actúe la fuerza deseada. El bloque suspendido es uno de tales cuerpos y, como se demostró en el ejemplo precedente, la tensión en la cuerda vertical que soporta el bloque es igual al peso del mismo. Las cuerdas inclinadas no ejercen fuerzas sobre el bloque, pero actúan sobre el nudo en *O*. Consideremos el *nudo*, por consiguiente, como un pequeño cuerpo en equilibrio cuyo propio peso es despreciable.

Los diagramas de fuerzas para el bloque y el nudo están indicados en la Fig. 2.4(b), donde T_1, T_2 y T_3 representan las fuerzas ejercidas *sobre el nudo* por las tres cuerdas, y T'_1, T'_2 y T'_3, las reacciones a estas fuerzas.

Consideremos en primer lugar el bloque suspendido. Puesto que está en equilibrio,

$$T'_1 = \omega \qquad \text{(1ª Ley)}$$

Como T_1 y T'_1 forman una pareja de acción y reacción,

$$T'_1 = T_1 \qquad \text{(3ª Ley)}$$

Por tanto,

$$T_1 = \omega$$

Para encontrar T_2 y T_3, descompongamos estas fuerzas (Fig. 2.5) en sus componentes rectangulares. Entonces, en virtud de la primera ley de Newton:

$$\sum F_x = T_2 \cos\theta_2 - T_3 \cos\theta_3 = 0$$

$$\sum F_y = T_2 \,\text{sen}\,\theta_2 + T_3 \,\text{sen}\,\theta_3 - T_1 = 0$$

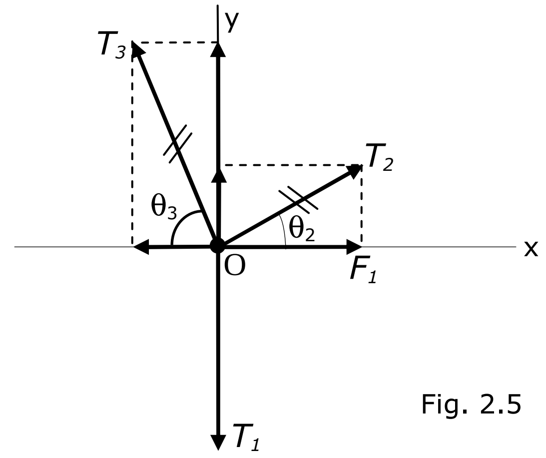


Fig. 2.5

Sea por ejemplo, ω = 50 N, θ_3 = 60º y θ_2 = 30º. Entonces, T_1 = 50 N y, en virtud de las dos ecuaciones precedentes,

$$T_2 = 25 \text{ N} \qquad T_3 = 43{,}3 \text{ N}$$

Finalmente, sabemos por la *tercera ley de Newton* que las cuerdas inclinadas ejercen sobre el techo fuerzas T'_2 y T'_3 iguales y opuestas respectivamente, a T_2 y T_3.

<u>Ejemplo Nº 3</u>: En la Fig. 2.6, el bloque **A** de peso ω_1 se encuentra en reposo sobre un plano inclinado sin rozamiento, de pendiente θ. El centro de gravedad del bloque se encuentra en su centro geométrico. Una cuerda flexible atada al centro de la cara derecha del bloque pasa por una polea lisa y se une a un segundo bloque **B** de peso ω_2. Se desprecian el peso de la cuerda y el rozamiento en la polea.

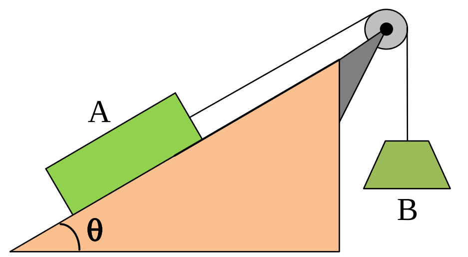


Fig. 2.6

Conocidos ω_1 y θ, calcular el peso ω_2 para el cual sistema está en equilibrio, o sea que, permanece en reposo o se mueve en cualquier sentido a velocidad constante.

Los diagramas de fuerza para ambos bloques se representan en la Fig. 2.7. Las fuerzas sobre el bloque **B** son su peso $\boldsymbol{\omega_2}$ y la fuerza **T** ejercida por la cuerda sobre él. Como está en equilibrio:

$$\mathbf{T} = \boldsymbol{\omega_2} \qquad [2.1] \qquad (1^a \text{ ley})$$

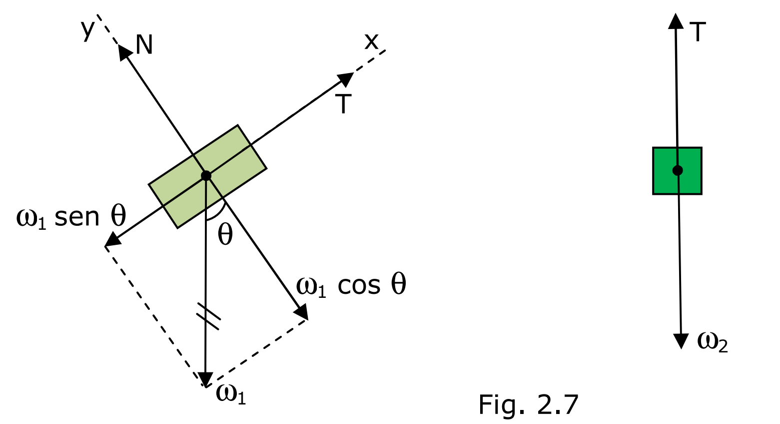


Fig. 2.7

El bloque A está sometido a su peso $\boldsymbol{\omega_1}$, a la fuerza **T** ejercida por la cuerda y a la fuerza **N** ejercida por el plano. Podemos utilizar el mismo símbolo **T** para la fuerza ejercida sobre cada bloque por la cuerda porque, como se explicó anteriormente, estas fuerzas son equivalentes a una pareja de acción y reacción y tienen el mismo valor. La fuerza **N**, si no hay rozamiento, es perpendicular o *normal* a la superficie del plano. Dado que las líneas de acción de $\boldsymbol{\omega_1}$ y **T** se cortan en el centro de gravedad del bloque, la línea de acción de **N** pasa también por este punto. Lo más sencillo es elegir los ejes **x** e **y** paralelo y perpendicular a la superficie del plano, porque entonces sólo es necesario descomponer en sus componentes el peso $\boldsymbol{\omega_1}$. Las condiciones de equilibrio dan:

$$\left.\begin{array}{ll} \sum F_x = T - \omega_1 \text{ sen } \theta = 0 & [2.2] \\ \sum F_y = N - \omega_1 \cos \theta = 0 & [2.3] \end{array}\right\} \quad (1^a \text{ ley})$$

Así, si ω_1 **=** 100 N y θ = 30º, se tiene, por las ecuaciones [2.1] y [2.2]:

$$\omega_2 = T = \omega_1 \text{ sen } \theta = 100 \text{ N} \times 0{,}5 = 50 \text{ N}$$

y según la ecuación [2.3]:

$$N = \omega_1 \cos \theta = 100 \text{ N} \times 0{,}866 = 86{,}6 \text{ N}$$

Obsérvese atentamente que, *en ausencia de rozamiento*, el mismo peso $\boldsymbol{\omega_2}$ de 50 N se requiere si el sistema permanece en reposo que si se mueve a velocidad constante en ///

/// cualquier sentido. Ello no sucede cuando hay rozamiento.

Ejemplo Nº 4: La Fig. 2.8(a) representa un puntal **AB**, pivotado en el extremo **A**, atado a una pared mediante un cable, y soportando una carga ω en el extremo **B**. Se suponen despreciables los pesos del puntal y del cable, y conocidos el peso ω y los ángulos θ_1 y θ_2.

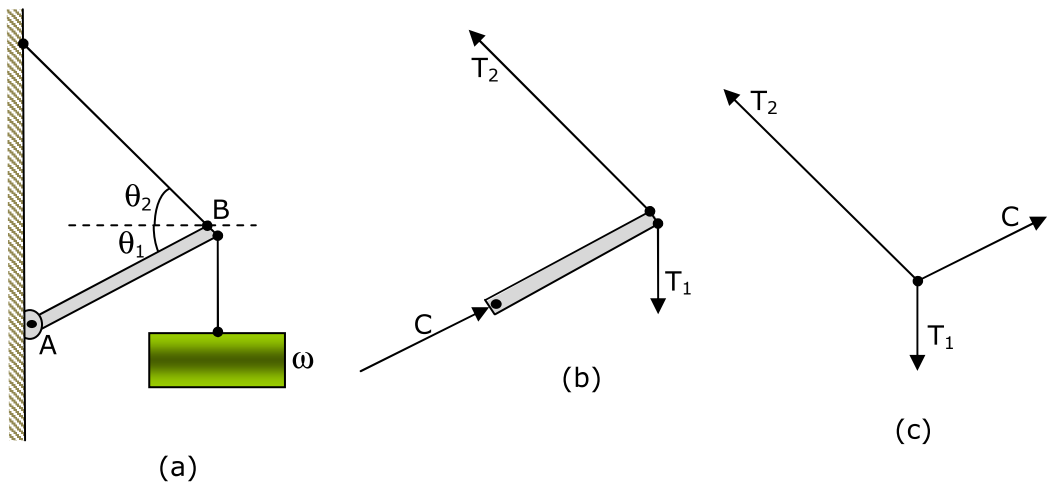


Fig. 2.8

La Fig. 2.8(b) representa las fuerzas que actúan sobre el puntal. $\mathbf{T_1}$ es la fuerza ejercida por el cable vertical; $\mathbf{T_2}$ es la fuerza ejercida por el cable inclinado y **C** es la fuerza ejercida por el pivote. La fuerza $\mathbf{T_1}$ es conocida tanto en magnitud como en dirección; la fuerza $\mathbf{T_2}$ sólo es conocida en dirección y se desconocen la magnitud y dirección de **C**. Sin embargo, las fuerzas $\mathbf{T_1}$ y $\mathbf{T_2}$ han de cortarse en el extremo superior del puntal, y, puesto que éste se encuentra en equilibrio bajo la acción de las tres fuerzas, la línea de acción de la fuerza **C** ha de pasar también por el extremo superior del puntal. En otras palabras, la dirección de la fuerza **C** coincide con la del puntal.

Por consiguiente, la resultante de $\mathbf{T_1}$ y $\mathbf{T_2}$ actúa también a lo largo de esta línea, y el puntal, en efecto, está sometido a fuerzas en sus extremos, dirigidas una hacia otra a lo largo de él. El efecto de estas fuerzas es comprimir el puntal y se dice que está sometido a una *compresión*. Si las fuerzas que actúan sobre un puntal *no* están todas aplicadas en sus extremos, la dirección de la fuerza resultante en los extremos *no* está dirigida a lo largo del puntal, según quedará aclarado en el próximo ejemplo.

En la Fig. 2.8(c), la fuerza **C** ha sido trasladada a lo largo de su línea de acción hasta el punto de intersección de las tres fuerzas. El diagrama de fuerzas es exactamente igual al de la Fig. 2.5 y el problema se resuelve del mismo modo.

Ejemplo Nº 5: En la figura 2.9, una escalera que está en equilibrio se apoya contra una pared vertical sin rozamiento. Las fuerzas sobre la escalera son: 1) su peso ω; 2) la ///

/// fuerza $\mathbf{F_1}$ ejercida sobre la escalera por la pared vertical y que es perpendicular a ésta si no hay rozamiento; 3) la fuerza $\mathbf{F_2}$ ejercida por el suelo sobre la base de la escalera. La fuerza $\boldsymbol{\omega}$ es conocida en magnitud y dirección; de la fuerza $\mathbf{F_1}$ sólo se conoce su dirección y de la fuerza $\mathbf{F_2}$ se desconocen tanto su magnitud como su dirección. Como en el ejemplo anterior, la escalera está en equilibrio bajo la acción de tres fuerzas que han de ser

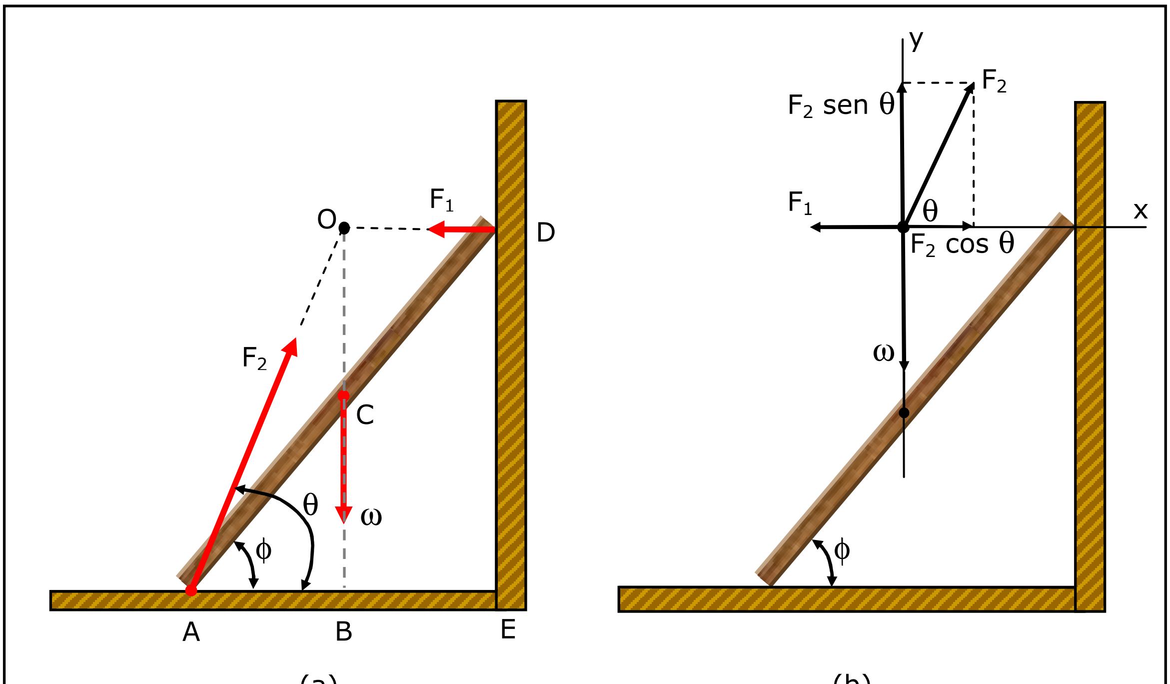


Fig. 2.9

concurrentes. Puesto que las líneas de acción de $\mathbf{F_1}$ y $\boldsymbol{\omega}$ son conocidas, queda determinado su punto de intersección (punto **O**). La línea de acción de $\mathbf{F_2}$ ha de pasar también por este punto. Obsérvese que ni la dirección de $\mathbf{F_1}$ ni la de $\mathbf{F_2}$ se encuentran a lo largo de la escalera. En la parte (b) las fuerzas han sido transportadas al punto de intersección de sus líneas de acción, y

$$\sum F_x = F_2 \cos\theta - F_1 = 0 \qquad [2.4]$$
$$\sum F_y = F_2 \operatorname{sen}\theta - \omega = 0 \qquad [2.5]$$

Como ejemplo numérico, supongamos que la escalera pesa 80 N, tiene 6 m de longitud, su centro de gravedad está situado en su punto medio y forma un ángulo ϕ = 53º con el suelo. Se desea determinar el ángulo θ y las fuerzas F_1 y F_2. Para hallar θ, calculemos en primer lugar las longitudes AB y BO. En el triángulo ABC, tenemos:

$$AB = AC \cos\phi = 3 \text{ m} \times 0{,}6 = 1{,}8 \text{ m}$$

y en el triángulo rectángulo AED:

$$DE = AD \text{ sen } \phi = 6 \text{ m} \times 0{,}8 = 4{,}8 \text{ m}$$

En el triángulo rectángulo AOB, puesto que OB = DE, se tiene:

$$\text{tang } \theta = (OB/AB) = (4{,}8 \text{ m}/1{,}8 \text{ m}) = 2{,}67$$

$$\theta = 69{,}5^{\circ}$$

$$\text{sen } \theta = 0{,}937 \qquad\qquad \cos \theta = 0{,}35$$

$$F_2 = (\omega) / (\text{sen } \theta) = (80 \text{ N}) / (0{,}937) = 85{,}5 \text{ N}$$

y en virtud de la Ecuación [2.4]:

$$F_1 = F_2 \cos \theta = 85{,}5 \text{ N} \times 0{,}35 = 30 \text{ N}$$

La escalera presiona contra la pared y el suelo con fuerzas iguales y opuestas a F_1 y F_2 respectivamente.

2.4 Fuerzas de fricción

Un cuerpo descansa o se desliza sobre una superficie que ejerce fuerzas sobre el mismo. Para describir éstas, usamos los términos ***fuerza normal*** y ***fuerza de fricción***. Siempre que dos cuerpos interactúan mediante fuerzas que se ejercen directamente entre sus superficies, las mismas se denominan *fuerzas de contacto*. Las fuerzas normal y de fricción son de contacto.

La fricción es una fuerza importante en la vida diaria; por ejemplo, el aceite del motor de un auto minimiza la fricción entre piezas móviles, pero sin fricción entre las ruedas y el camino, el coche no podría avanzar. Sin fricción, los clavos se saldrían, las bombillas se desatornillarían y no podríamos andar en bicicleta.

En la Fig. 2.10(a), un bloque que descansa sobre una superficie horizontal se encuentra en equilibrio bajo la acción de su peso **ω** y de la fuerza **P** dirigida hacia arriba (ejercida sobre el cuerpo por la superficie). Supongamos ahora que se ata una cuerda al bloque y que se ///

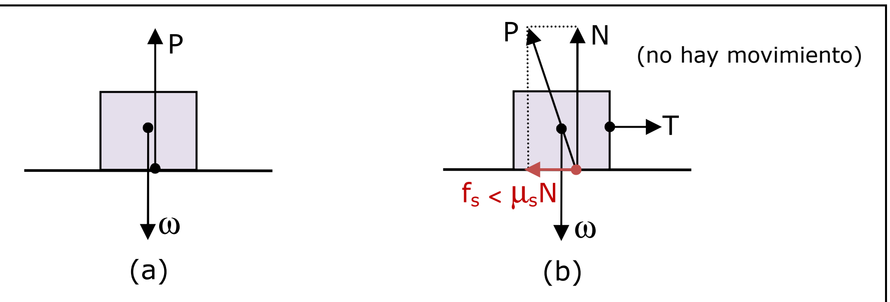
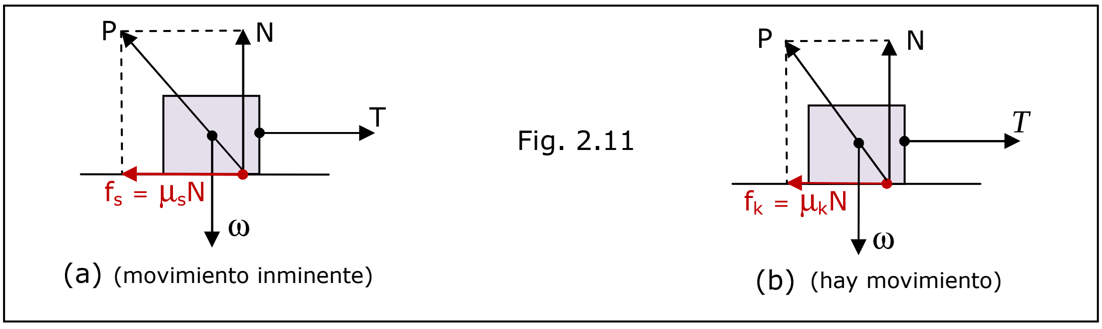


Fig. 2.10

<u>NOTA</u>: En 2.10(a) la fuerza **P** se ha desplazado para visualizar los puntos de aplicación (las rectas de acción de **P** y **ω** deben ser coincidentes).

/// aumenta gradualmente la tensión **T** de la cuerda [Fig. 2.10(b)]. Mientras la tensión no sea demasiado grande, el bloque permanece en reposo. La fuerza **P** ejercida sobre el bloque por la superficie está inclinada hacia la izquierda, puesto que las tres fuerzas **P**, ω y **T** han de ser concurrentes. La componente de **P** paralela a la superficie se denomina ***fuerza de rozamiento estático*** $\mathbf{f_s}$. La otra componente es la **fuerza normal N** ejercida sobre el bloque por la superficie. Por las condiciones de equilibrio, la fuerza de rozamiento estático $\mathbf{f_s}$ es igual a la fuerza **T**, y la fuerza normal **N** es igual al peso ω.



(a) (movimiento inminente)

Fig. 2.11

(b) (hay movimiento)

Cuando se incrementa la fuerza **T**, se llega a alcanzar un valor límite para el cual el bloque se despega de la superficie y comienza a moverse. En otras palabras, La fuerza de rozamiento estático $\mathbf{f_s}$ no puede pasar de un cierto valor máximo. La Fig. 2.11(a) es el diagrama de fuerzas cuando **T** está alcanzando justamente este valor límite y el movimiento se hace inminente. Cuando **T** excede este valor límite, el bloque no permanece ya en equilibrio.

Para dos superficies dadas, el valor máximo de $\mathbf{f_s}$ es proporcional, aproximadamente, a la fuerza normal **N**. La fuerza real de rozamiento estático puede tener, por consiguiente, cualquier valor comprendido entre cero (cuando no hay ninguna fuerza aplicada a la superficie) y un valor máximo proporcional a la fuerza normal **N**, o sea igual a μ_s **N**. El factor μ_s se denomina ***coeficiente de rozamiento estático***:

$$\boxed{\mathbf{f_s} \leq \mu_s \mathbf{N}} \qquad [2.6]$$

El signo de igualdad sólo es válido cuando la fuerza aplicada **T**, paralela a la superficie, tiene un valor tal que el movimiento está pronto a iniciarse. Cuando **T** es inferior a ese valor, es válido el signo de desigualdad, y el valor de la fuerza de rozamiento ha de calcularse mediante las condiciones de equilibrio.

Tan pronto como el deslizamiento comienza, se observa que la fuerza de rozamiento disminuye. Para dos superficies dadas, esta nueva fuerza de rozamiento es también aproximadamente proporcional a la fuerza normal. El coeficiente de proporcionalidad se denomina ***coeficiente de rozamiento cinético*** μ_k. Así, cuando el bloque está en movimiento, la ***fuerza de rozamiento cinético*** $\mathbf{f_k}$ [fig. 2.11(b)], está dada por:

$$\boxed{\mathbf{f_k} = \mu_k \mathbf{N}} \qquad [2.7]$$

Los coeficientes de rozamiento estático y cinético dependen principalmente de la naturaleza de ambas superficies en contacto, siendo relativamente grandes si las superficies son ásperas y pequeños si son pulidas. El coeficiente de rozamiento cinético *varía algo con la velocidad relativa*, pero para simplificar supondremos que es independiente de ella. También es *aproximadamente independiente del área de contacto*. Sin embargo, puesto que en realidad dos superficies físicas sólo se tocan en un número relativamente pequeño de partes salientes, la verdadera superficie de contacto difiere mucho del área total. Las ecuaciones [2.6] y [2.7] son *relaciones empíricas útiles*, pero no representan leyes físicas fundamentales como las leyes de Newton.

Ejemplo Nº 1: En la Fig. 2.11, supongamos que el bloque pesa 20 Newton, que la tensión **T** puede aumentarse hasta 8 Newton antes que el bloque comience a deslizar, y que para mantener el bloque en movimiento, una vez que éste se ha iniciado, es necesaria una fuerza de 4 Newton. Calcular los coeficientes de rozamiento estático y cinético.

Según la Fig. 2.11(a) y los datos anteriores, se tiene:

$$\left.\begin{aligned} \sum F_y &= N - \omega = N - 20 \text{ Newton} = 0 \\ \sum F_x &= T - f_s = 8 \text{ Newton} - f_s = 0 \end{aligned}\right\} \quad (1^a \text{ ley})$$

$$f_s = \mu_s N \quad \text{(movimiento inminente)}$$

Por consiguiente,

$$\mu_s = (f_s/N) = (8 \text{ New}/20 \text{ New}) = 0{,}4$$

Según la Fig. 2.11 (b), resulta.

$$\left.\begin{aligned} \sum F_y &= N - \omega = N - 20 \text{ Newton} = 0 \\ \sum Fx &= T - f_k = 4 \text{ Newton} - f_k = 0 \end{aligned}\right\} \quad (1^a \text{ ley})$$

$$f_k = \mu_k N \quad \text{(hay movimiento)}$$

Por tanto,

$$\mu_k = (f_k/N) = (4 \text{ New}/20 \text{ New}) = 0{,}20$$

Ejemplo Nº 2: ¿Cuál es la fuerza de rozamiento si el bloque de la Fig. 2.10(b) está en reposo sobre la superficie y se ejerce una fuerza horizontal de 5 New sobre él?

$$\sum F_x = T - f_s = 5 \text{ New} - f_s = 0 \qquad (1^a \text{ ley})$$

$$f_s = 5 \text{ New}$$

Obsérvese que, en este caso,

$$f_s < \mu_s N$$

Ejemplo Nº 3: ¿Qué fuerza T, que forme un ángulo de 30º por encima de la horizontal, es necesaria para arrastrar hacia la derecha a velocidad constante, como en la Fig. 2-12, un bloque de 20 Newton si el coeficiente cinético de rozamiento entre el bloque y la superficie es de 0,20?

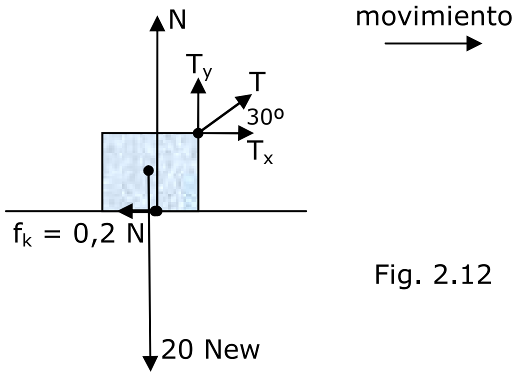


Fig. 2.12

Las fuerzas sobre el bloque están representadas en el diagrama. En virtud de la 1ª condición de equilibrio:

$$\Sigma F_x = T \cos 30º - 0{,}20\ N = 0$$

$$\Sigma F_y = T \text{ sen } 30º + N - 20 \text{ New} = 0$$

La resolución del sistema da:

$$T = 4{,}15 \text{ New}$$

$$N = 17{,}9 \text{ New}$$

Obsérvese que en este ejemplo la fuerza normal N no es igual al peso del bloque, sino que es inferior a él en la componente vertical de la fuerza T.

☆

P R O B L E M A S

Problema Nº 2.1: Un bloque se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal.

a) ¿Qué dos fuerzas actúan sobre él?
b) ¿Por qué cuerpos son ejercidas cada una de estas fuerzas?
c) ¿Cuáles son las reacciones a estas fuerzas?
d) ¿Sobre qué cuerpo es ejercida cada reacción y por qué cuerpo es ejercida?

Respuesta:

a) Sobre el bloque actúan su propio peso ω y la reacción normal N.

b) La fuerza ω es ejercida por la tierra (atracción gravitatoria).
La fuerza N es ejercida por la superficie horizontal.

c) La reacción a la fuerza ω es $\omega' = -\omega$.
La reacción a la fuerza N es $N' = -N$.

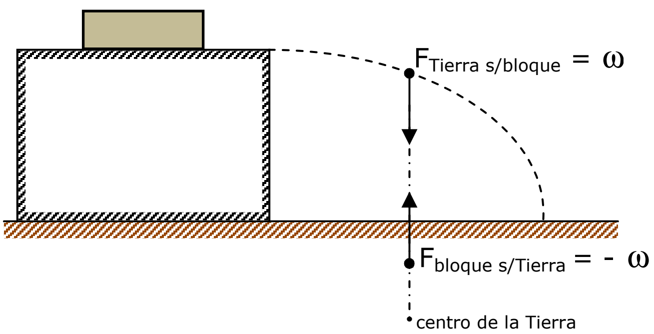
d) La fuerza ω' es ejercida sobre la tierra por el bloque (atracción gravitatoria).
La fuerza N' es ejercida sobre la superficie por el bloque.

Problema Nº 2.2: Un bloque recibe un empuje a lo largo del tablero de una mesa y desliza, saliendo del borde del tablero.

a) ¿Qué fuerza o fuerzas se ejercen sobre él mientras cae desde la mesa al suelo?
b) ¿Cuál es la reacción a cada fuerza, esto es, sobre qué cuerpo y por qué cuerpo es ejercida la reacción? Prescíndase de la resistencia del aire.

Respuesta:

a) La única fuerza que actúa sobre el bloque es ω.
b) La reacción es $-\omega$.

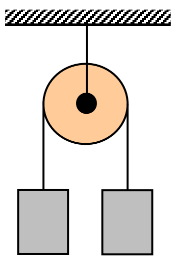


Problema Nº 2.3: Dos pesos de 10 N están suspendidos en los extremos de una cuerda que pasa por una polea ligera sin rozamiento. La polea está sujeta a una cadena que cuelga del techo.

a) ¿Cuál es la tensión de la cuerda?
b) ¿Cuál es la tensión de la cadena?

Respuesta:

a) $T_1 = T_2 = 10$ N
b) $T = 20$ N



Problema Nº 2.4: El peso del bloque representado en la Fig. 2.4 (Pág. 28) es de 50 N. Calcular las tensiones T_2 y T_3, si: a) $\theta_2 = \theta_3 = 60º$; b) $\theta_2 = \theta_3 = 10º$; c) $\theta_2 = 60º$ y $\theta_3 = 0$; d) AB = 3m, AO = 1,80 m y OB = 2,40 m.

Respuesta: (Teorema del Coseno: $a^2 = b^2 + c^2 - 2\,b\,c\cos\theta$)

a) $T_2 = T_3 = 28{,}87$ N
b) $T_2 = T_3 = 143{,}97$ N
c) $T_2 = 57{,}74$ N ; $T_3 = 28{,}87$ N
d) $T_2 = 30$ N ; $T_3 = 40$ N (cos $\theta_3 = 0{,}6$ y cos $\theta_2 = 0{,}8$)

Problema Nº 2.5: Calcular la tensión en cada cuerda de la Fig. 2.13, si el peso del cuerpo suspendido es de 200 N.

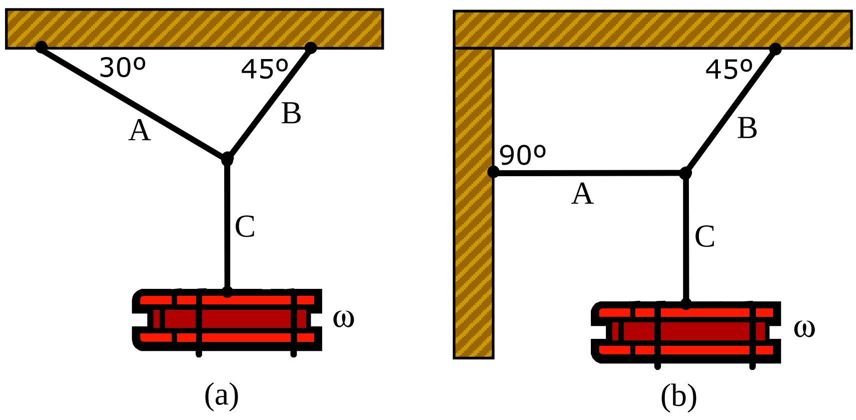


Fig. 2.13

Respuesta:

a) $T_A = 146{,}39$ N ; $T_B = 179{,}33$ N
b) $T_A = 200$ N ; $T_B = 282{,}84$ N

Problema Nº 2.6: En los dispositivos esquematizados en la Fig. 2.14, calcular la tensión del cable y el valor y sentido de la fuerza ejercida sobre el puntal por el pivote. En ambos casos, el peso del objeto suspendido es de 1000 N (despreciar el peso del puntal).

///

///

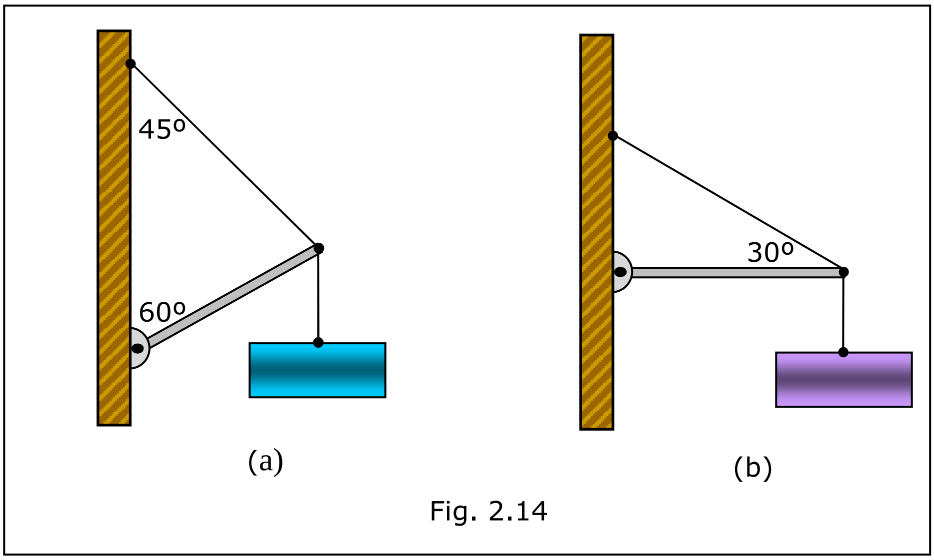


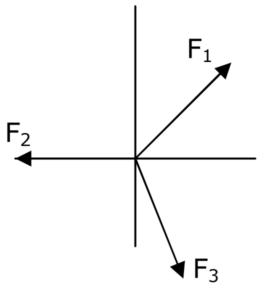
Fig. 2.14

Respuesta:

a) T = 896,62 N ; F = 732,09 N (sentido del pivote hacia el puntal)
b) T = 2.000 N ; F = 1.732,05 N (sentido del pivote hacia el puntal)

Problemas Adicionales

Problema 2.a:



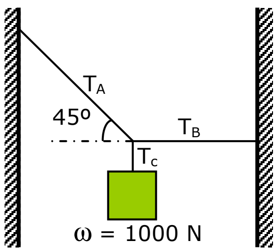
Determinar la fuerza equilibrante del sistema de fuerzas concurrentes de la figura. Los valores correspondientes son los siguientes:

$F_1 = 70$ N (45º)
$F_2 = 100$ N (180º)
$F_3 = 30$ N (300º)

Respuesta:

R_x = -35,5 N ; R_y = 23,51 N ; R = 42,58 N ; ω_R = 146,5º ; E = 42,58 N ; ω_E = 326,5º

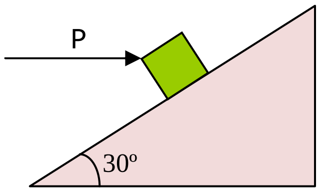
Problema 2.b:



En el esquema de la figura, determinar las tensiones en las cuerdas.

Respuesta: T_A = 1.414 N ; T_B = 1.000 N ; T_C = 1.000 N

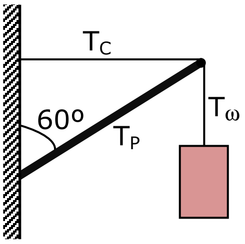
Problema 2.c:



El bloque de la figura, que pesa 20 N, se traslada a velocidad constante sobre un plano inclinado. ¿Que fuerza P horizontal lo empujará hacia arriba sobre dicho plano?

Respuesta: P = 11,55 N

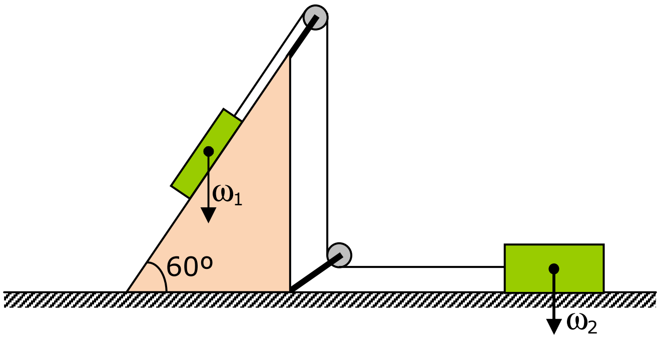
Problema 2.d:



En el esquema de la figura, calcúlese la tensión en el cable y la compresión en el puntal, suponiendo que el peso suspendido sea de 400 N (despreciar el peso del puntal).

Respuesta: T_C = 692,8 N ; T_P = 800 N ; T_ω = 400 N

Problema 2.e:



Determinar el peso ω_1 que debe tener el primer bloque de la figura, para trasladar al segundo de derecha a izquierda con velocidad constante, siendo ω_2 = 160 N. Ambos bloques deslizan sobre superficies cuyo coeficiente cinético de rozamiento es 0,3.

Respuesta: ω_1 = 67,04 N

☆