

## Movimiento de rolido: cálculo de la “velocidad crítica de rolido” en ómnibus de doble piso

**Alejandro MARTINEZ, Sofía CAPRIO**

GETRANS: Grupo de Estudio Sobre Transporte (Lavaise 610, Santa Fe), Facultad Regional Santa Fe, U.T.N.

E-mail de contacto: [amartinez@frsf.utn.edu.ar](mailto:amartinez@frsf.utn.edu.ar)

Este trabajo ha sido realizado bajo la dirección del Ing. Fernando Imaz y el Ing. Eduardo Donnet, en el marco del proyecto PID 25/O140 "Análisis de las Condiciones de Operación en Vehículos de Transporte Automotor de Pasajeros de Doble Piso".

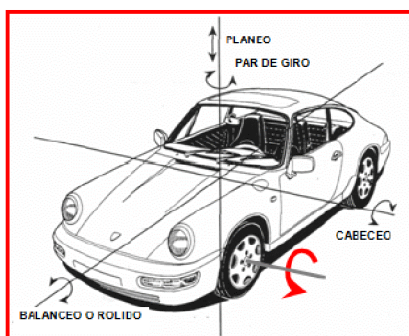
### Resumen

El autobús de doble piso es un vehículo que ha tomado una preponderancia exclusiva y casi única en el transporte masivo de pasajeros de larga distancia en la Argentina. Este uso extendido en nuestro país, se ha difundido por las especiales características de nuestro territorio y una lógica empresaria, que combina el transporte de personas con la logística de cargas de pequeño porte, altamente influenciada por la falta de medios alternativos de transporte.

Debido al masivo uso, y con los antecedentes en accidentología que tienen estos vehículos en Argentina, dentro del PID 25/O140 que trata "Análisis de las Condiciones de Operación en Vehículos de Transporte Automotor de Pasajeros de Doble Piso", se propone estudiar el movimiento de rolido oscilatorio alrededor del eje longitudinal de dicho vehículo, con el fin de determinar la velocidad a la cual sucede dicho movimiento y analizar en un posterior ensayo como afecta a la estabilidad.

**Palabras Claves:** Accidentología; Estabilidad; Ómnibus; Pasajeros; Rolido; Velocidad

### 1. Introducción



**Figura 1.** Movimientos de la carrocería de un vehículo  
**Fuente:** Elaboración Propia.

Considerando los movimientos de la carrocería de un vehículo automotor en condiciones operativas, se pueden distinguir tres principales, Fig. 1:

- Rolido: Es un movimiento de rotación alrededor de un eje longitudinal que pasa por dos puntos característicos de la suspensión, que son los centros de rolido delantero y trasero. Este movimiento puede ser constante (fuerza centrífuga) o del tipo oscilante (movimiento oscilatorio forzado amortiguado).
- Cabeceo: movimiento de la carrocería alrededor de un eje transversal.
- Planeo: movimiento a lo largo del eje vertical, de tipo alternativo.

En la práctica en los ómnibus de doble piso, a una determinada velocidad aparece un movimiento de rolido oscilante, que a una altura aproximada de 3 [m] del suelo (piso superior), se percibe con una amplitud oscilatoria transversal de entre 5 y 15 [cm].

El conocimiento de la velocidad a la cual se inicia y mantiene esta situación, es de especial interés para evaluar como el movimiento de rolido oscilatorio de una suspensión, en ciertas condiciones de operación (ensayo), afecta a la estabilidad del mismo.

## 2. Metodología

Se considera un movimiento oscilatorio forzado amortiguado. Al suministrar energía a un sistema, se somete al mismo a oscilaciones, que de ser una energía externa al sistema se dice que la vibración es forzada. Si la energía externa que ingresa al sistema lo hace a un ritmo mayor del que puede disipar el mismo, la energía aumentará con el tiempo, lo que se manifestará en un aumento de la amplitud del movimiento. En cambio, cuando la energía externa se introduce al mismo ritmo que puede disiparse, la amplitud de la oscilación permanece constante con el tiempo. Esta situación, donde la amplitud de la oscilación se mantiene constante, es la que se va a estudiar.

Para ello, se analiza el sistema delantero de suspensión amortiguado de un ómnibus, haciendo uso de la teoría de vibraciones mecánicas [1].

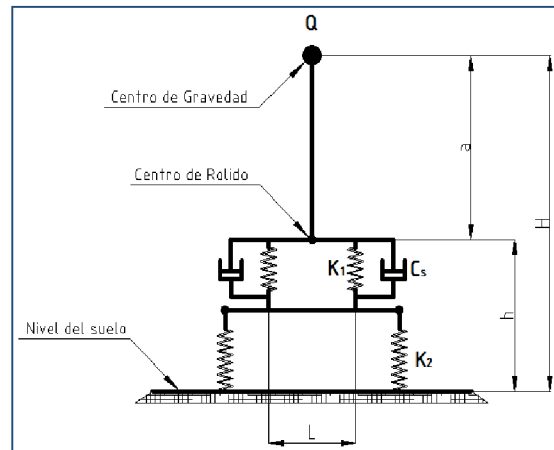
Para esto, se define la configuración del sistema de suspensión de una unidad similar como la que se dispondrá en el ensayo, haciendo las simplificaciones necesarias para reducir el número de variables que intervienen en el comportamiento dinámico de esos sistemas.

## 3. Cálculos

La configuración de suspensión correspondiente a un ómnibus con chasis Scania, utilizada en las unidades 0 km actuales, es mostrada de forma esquemática en la Fig. 2, y las especificaciones para estudiar el funcionamiento se detallan a continuación. Los valores asignados fueron obtenidos de folletos de fabricantes y ensayos realizados por fabricantes de carrocerías.

- $Q$ = Carga en el eje delantero= 6300 [kgf]
- $H$ = Altura estimada del centro de gravedad= 190 [cm]
- $h$ = Altura de los soportes superiores de las vejigas neumáticas= 60 [cm]
- $a$ = Distancia entre el centro de gravedad y el centro de rolido= 130 [cm]
- $K_1$ = Constante de elongación de vejiga neumática= 329 [kgf/cm]

- $K_2$ = Constante de elongación de la cubierta= 603 [kgf/cm]
- $e$ = Deformación de la cubierta bajo carga= 5,25 [cm]
- $C_s$ = Resistencia del amortiguador= 22 [kgf.seg/cm]
- $L$ = Distancia entre vejigas de la suspensión del vehículo= 90 [cm]
- $r$ = Radio para determinar la característica del rolido= 3 [m]



**Figura 2.** Esquema sistema de suspensión.  
**Fuente:** Elaboración Propia

Con estos datos se procede a realizar los cálculos de frecuencias de vibraciones, desfase entre ondas, amplitudes de los movimientos, etc., implicadas en el funcionamiento del sistema mecánico propuesto.

Las fórmulas utilizadas de aquí hasta el final del presente trabajo son extraídas de Construcciones Metálicas, Tomo 1 Ed. Dossat S.A Madrid [1] y de bibliografía sobre física elemental.

$K_t = \frac{1}{\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}}$  En primer lugar se calcula el coeficiente de elongación total  $K_t$ , Ecuación (1), del sistema  $K_1$  y  $K_2$  en serie:

(1)

$$K_t = \frac{1}{\frac{1}{329 \frac{kgf}{cm^2}} + \frac{1}{603 \frac{kgf}{cm^2}}} = 212,86 \left[ \frac{kgf}{cm^2} \right]$$

Por otra parte, la frecuencia de oscilación de la cubierta será, por la Ecuación (2):

$$N_3 = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K_2 \cdot 2 \cdot g}{Q} \right)^{1/2} = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{g}{e} \right)^{1/2} \quad (2)$$

Donde  $e$  es la deformación de la cubierta cuando esta aplicada la carga  $Q$  y vale: 5,25 [cm], entonces:

$$N_3 = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{981 \frac{cm}{s^2}}{5,25 \text{ cm}} \right)^{1/2} = 2,18 [H]$$

Luego se determina la frecuencia de oscilación del sistema integrado y su velocidad angular,  $N_2$  = Frecuencia de oscilación del sistema integrado, Ecuación (3).

$$N_2 = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K_1 \cdot L^2 \cdot g}{Q \cdot a^2} \right)^{1/2} \quad (3)$$

$$N_2 = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K_1 \cdot L^2 \cdot g}{Q \cdot a^2} \right)^{1/2} = \frac{1}{2\pi} \cdot \left[ \frac{329 \frac{kgf}{cm^2} \cdot (140 \text{ cm})^2 \cdot 981 \frac{cm}{s^2}}{6300 \text{ kgf} \cdot (64 \text{ cm})^2} \right]^{1/2} = 2,49 [H]$$

Cuya velocidad angular es, Ecuación (4):

$$\omega_2 = N_2 \cdot 2\pi = 2,49 \cdot 2\pi = 15,66 \left[ \frac{rad}{s} \right] \quad (4)$$

La relación entre las frecuencias  $N_3$  y  $N_2$  será, Ecuación (5):

$$R_1 = \frac{N_3}{N_2} = \frac{2,18 [H]}{2,49 [H]} = 0,873 \quad (5)$$

$C_{cr} = 2 \cdot \left( \frac{2 \cdot K_1 \cdot Q}{g} \right)^{1/2}$  Una característica importante el elemento amortiguador, es el valor del amortiguamiento crítico  $C_{cr}$ , que se define como, Ecuación (6):

(6)

$$C_{cr} = 2 \cdot \left( \frac{2 \cdot K_1 \cdot Q}{g} \right)^{1/2} = 2 \cdot \left( \frac{2 \cdot 329 \frac{kgf}{cm^2} \cdot 6300 \text{ kgf}}{981 \frac{cm}{s^2}} \right)^{1/2} = 130 \left[ \frac{kgf \cdot s}{cm} \right]$$

Llamando  $R_4$  a la relación entre el amortiguamiento de dicho elemento mecánico y su amortiguamiento crítico, Ecuación (7), se puede obtener:

$$R_4 = 2 \cdot \frac{C_s}{C_{cr}} = 2 \cdot \frac{22}{130} = 0,338 \quad (7)$$

$\Omega_4 = \left( \frac{K_1 \cdot L^2 \cdot g}{Q \cdot a^2} \right)^{1/2}$  La frecuencia de oscilación del sistema integrado con cubierta, Ecuación (8), será:

(8)

$$\Omega_4 = \left[ \frac{212,86 \text{ kgf/cm} \cdot (140\text{cm})^2 \cdot 981 \text{ cm/s}^2}{6300 \text{ kgf} \cdot (64\text{cm})^2} \right]^{1/2} = 12,59 \left[ \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$$

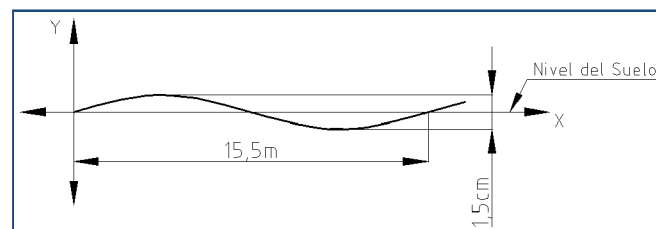
$\Omega_5 = \omega_4 \cdot (1 - R_4^2)^{1/2}$  La frecuencia de oscilación del sistema Cubierta-Amortiguador, Ecuación (9) es:

(9)

$$\Omega_5 = 12,59 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot (1 - 0,338^2)^{1/2} = 11,85 \left[ \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$$

Todos estos valores son característicos del sistema de suspensión del vehículo. Ahora se introduce la variable más importante, la velocidad de circulación del ómnibus.

Como hipótesis se plantea que la excitación que se le provocará a la suspensión, será idealizada como un desperfecto en el camino, con un perfil sinusoidal, Fig. 3 con una amplitud estimada de forma aproximada de  $\delta=1.5$  [cm], con una longitud de onda de unos 15,5 [m].



**Figura 3.** Superficie del suelo hipotética

Fuente: Elaboración Propia

Ahora bien, esta condición hipotética provocará en el sistema mecánico descrito una velocidad angular, Ecuación (10):

$$\omega_0 = \frac{2 \cdot \pi \cdot V_v}{d \cdot 3,6} \quad (10)$$

Como no se sabe cuál es la velocidad crítica de rolido, este término aparecerá en las siguientes ecuaciones sin ser reemplazado por un valor puntual.

$\emptyset = \tan^{-1} \left( \frac{2 \cdot R_4 \cdot \omega_5 \cdot \omega_4}{\omega_0^2 - \omega_4^2 + 2 \cdot R_4^2 \cdot \omega_4^2} \right)$   $\emptyset$  es el desfase de la fuerza actora en oscilación transitoria, Ecuación (11):

(11)

$$\phi = \tan^{-1} \left[ \frac{2.0,338.11,85 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 12,59 \frac{\text{rad}}{\text{s}}}{\omega_0^2 - \left(12,59 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2 + 2 \cdot \left(0,338 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2 \cdot \left(12,59 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2} \right]$$

$\Omega$  es el desfase de la fuerza actora en oscilación permanente, Ecuación (12):

$$\Omega = \tan^{-1} \left( \frac{2.C_s \cdot \omega_0}{\frac{Q}{g} \cdot \omega_0^2 - K_t^2} \right) \quad (12)$$

$$\Omega = \tan^{-1} \left( \frac{2.C_s \cdot \omega_0}{\frac{Q}{g} \cdot \omega_0^2 - K_t^2} \right) = \tan^{-1} \left[ \frac{2.22 \frac{\text{kgf.s}}{\text{cm}} \cdot \omega_0}{\frac{6300 \text{kgf}}{981 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}} \cdot \omega_0^2 - \left(212,86 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}}\right)^2} \right]$$

$t$  es el tiempo para buscar la mayor amplitud y es, Ecuación (13):

$$t = \frac{\pi/2 - \Omega}{\omega_0 \cdot \text{factor de tiempo}} \quad (13)$$

$\text{sen}(\omega_s \cdot t + \phi)$  = En la parte transitoria de la oscilación, Ecuación (14):

$$(14)$$

$\text{sen}(\omega_0 \cdot t + \Omega)$  = Y en la parte permanente de la oscilación, Ecuación (15):

$$(15)$$

La amplitud de la onda permanente, Ecuación (16) es:

$$C = (-) \frac{Q \cdot \delta \cdot \omega_0^2}{g \cdot \left\{ (2.C_s)^2 \cdot \omega_0^2 + \left( \frac{Q}{g} \cdot \omega_0^2 - K_t \cdot 2 \right)^2 \right\}^{1/2}} = \quad (16)$$

$$C = (-) \frac{6300 \text{kgf} \cdot 1,5 \text{cm} \cdot \omega_0^2}{981 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2} \cdot \left[ \left( 2.22 \frac{\text{kgf.s}}{\text{cm}} \right)^2 \cdot \omega_0^2 + \left( \frac{6300 \text{kgf}}{981 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}} \cdot \omega_0^2 - 212,86 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}} \cdot 2 \right)^2 \right]^{1/2}} =$$

$$A = (-)C \cdot \frac{\omega_0}{\omega_5} = (-)C \cdot \frac{\omega_0}{11,85 \frac{rad}{s}} \text{La amplitud de la onda transitoria, Ecuación (17), valdrá:}$$

(17)

Y la amplitud del movimiento en el centro de gravedad del vehículo será (Ec. Completa), Ecuación (18):

$$+A \cdot e^{-0,338 \cdot 12,59 \frac{rad}{s} \cdot t} \cdot \sin\left(11,85 \frac{rad}{s} \cdot t + \varphi\right) = A_{05} = C \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \varnothing) + A_{05} = C \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \varnothing) + A \cdot e^{-R_4 \cdot \omega_4 \cdot t} \cdot \sin(\omega_5 \cdot t + \varphi)$$

(18)

Todos estos valores sirven para determinar las magnitudes que definen el movimiento de rolido a una determinada altura, cuyo radio es a 3 metros del suelo, Ecuación (19):

$$r = 300 - h = 300cm - 126cm = 174 [cm]$$

(19)

$$A_r = A_{05} \cdot \frac{r}{a} = A_{05} \cdot \frac{174cm}{64cm} = \text{La amplitud que posee este fenómeno de rolido a una distancia } r, \text{ Ecuación (20), es:}$$

(20)

$$V = \omega_5 \cdot \frac{A_r}{100} = 11,85 \cdot \frac{A_r}{100} = \text{La velocidad del movimiento oscilatorio, Ecuación (21), es:}$$

(21)

$$\text{Acel.} = \frac{\omega_5^2 \cdot A_r}{100,9,81} = \frac{\left(11,85 \frac{rad}{s}\right)^2 \cdot A_r}{100,9,81} = \text{La aceleración del movimiento oscilatorio, Ecuación (22), es:}$$

(22)

Como se puede ver, estas últimas ecuaciones dependen de la velocidad a la que circula el vehículo. Para obtener a qué velocidad se producen en su máximo valor, se realiza una iteración de valores, trabajando en rangos de velocidades que fueron obtenidos de indagar a choferes que al conducir perciben este movimiento. Se fueron probando valores hasta llegar al valor aproximado de velocidad, al cual se manifiesta de mayor forma el fenómeno de rolido.

Mediante prueba de valores se buscó en los rangos de velocidades antes mencionados, a qué velocidad se manifestaba de forma importante este movimiento y la velocidad crítica fue  $V_v=72$  [km/h] y los valores característicos del movimiento son:

La amplitud que posee este fenómeno de rolido a una distancia  $r$  es:

$$A_r = A_{05} \cdot \frac{r}{a} = -3,014 \text{cm} \cdot \frac{240 \text{cm}}{130 \text{cm}} = -5,564 \text{ [cm]} \quad (20)$$

Esta amplitud es de un lado de la onda oscilatoria, por lo que el movimiento total tiene una longitud de 11,12 centímetros.

$$V = \omega_5 \cdot \frac{A_r}{100} = 3,75 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot \frac{-5,564 \text{cm}}{100} = -0,2 \text{ [m/s]} \text{ La velocidad del movimiento oscilatorio es:} \quad (21)$$

$$\text{Acel.} = \frac{\omega_5^2 \cdot A_r}{100,9,81} = \frac{\left(3,75 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2 \cdot -5,564 \text{cm}}{100,9,81} = -0,08 \text{ [G]} \text{ La aceleración del movimiento oscilatorio es:} \quad (22)$$

#### 4. Conclusiones

Los resultados obtenidos representan el movimiento que se manifiesta en este tipo de unidades a una velocidad determinada, la cual depende de la configuración del sistema de suspensión y de la excitación a la cual es sometida la misma. Si bien el perfil hipotético que se planteo del suelo, es bien definido y los valores hallados se corresponden con dicho perfil, situaciones de similares características no están muy lejos del caso planteado, ya sea el caso de las juntas de las carreteras construidas de hormigón, pequeños desperfectos en las carpetas asfálticas o deformaciones producto del uso de las mismas.

Es evidente que los valores serán diferentes, pero para obtener estimaciones sobre los valores de velocidad a los que se presenta dicho movimiento, es suficiente simplificar la situación de la forma descrita. Si bien estos valores por si solos no dicen mucho de cómo afecta a la estabilidad de este tipo de unidades, en primera instancia podemos describir brevemente que este movimiento provocará una inclinación de manera oscilantes alrededor de un eje longitudinal al vehículo, con aceleraciones moderadas, pero que de mantenerse en el tiempo pueden perturbar el normal funcionamiento de la unidad si es que se circula a la velocidad crítica de rolido.

Estos resultados servirán de guía para la confección de un protocolo de ensayo a realizar en un ómnibus de doble piso, donde mediante distintas maniobras se pueda observar que efecto tiene este movimiento de rolido sobre dicho vehículo.



Además mediante un programa de cálculo se puede obtener una herramienta que permita calcular automáticamente la velocidad crítica de rolido de distintas configuraciones de suspensiones, para analizar qué tipo de suspensión es más favorable a la hora de fabricar o seleccionar una unidad a comprar por una empresa de transporte.

### **Bibliografía**

[1] Vittorio Zignoli del Politécnico de Turín, Construcciones Metálicas, Tomo 1 Ed. Dossat S.A Madrid, 1978.