
Universidad Tecnológica Nacional

Facultad Regional Rosario - Departamento de Ingeniería Química

Cátedra: Área Informática Aplicada a la Ingeniería de Procesos

**DIFUSIÓN
DE
CONTAMINANTES GASEOSOS
EN LA
ATMÓSFERA**

ALEJANDRO S.M. SANTA CRUZ

Rosario – 2000



OTRAS GEOMETRÍAS DE EMISIÓN DE CONTAMINANTES GASEOSOS

Unidad

3

1. Introducción

En la unidad anterior se había explicitado la manera de determinar las clases de estabilidad atmosférica con el propósito de obtener los correspondientes coeficientes de dispersión (lateral y vertical).

Se consideraron fuentes puntuales de emisión y se adoptó el sistema coordenado **UTM** para determinar la posición de las fuentes emisoras y los puntos receptores. Luego, se efectuó una transformación de ejes coordenados que implicaba trasladar el origen coordenado a la fuente emisora y rotar los ejes un ángulo ψ_w de manera que el eje positivo de las abscisas coincidiese con la dirección hacia donde sopla el viento. Esta transformación debía efectuarse para cada fuente emisora. A continuación se evaluaba la concentración en el punto receptor aplicando el principio de superposición. Las fórmulas contemplaban la posibilidad de que las fuentes pudiesen emitir desde una altura H . Por otra parte se imponía como hipótesis que no había absorción a nivel del suelo, de manera que el suelo operaba como una superficie reflectora del contaminante gaseoso. Finalmente se discutía de qué manera una capa de inversión térmica influenciaría los valores de concentración y los diversos criterios para tenerla en cuenta en el cálculo.

Una chimenea elevada que emite productos de combustión con una intensidad Q (grs/seg) es un buen ejemplo de fuente puntual de emisión. Sin embargo, para el caso de las emisiones provenientes de vehículos que transitan autopistas o calles con elevada densidad de tráfico, no resulta práctico considerarlas como si proviniesen de fuentes puntuales. Un procedimiento más adecuado es atribuir las emisiones de muchos vehículos como provenientes de una fuente lineal de intensidad Q_l (grs/m seg). De la misma manera, contaminantes tales como el CO y el SO_2 emitidos a partir de la combustión de hidrocarburos para uso doméstico (calefacción y cocción de alimentos) pueden considerarse como provenientes de fuentes superficiales de emisión uniforme Q_s (grs/seg m^2), que representa la suma de todas las velocidades promedio de emisión de fuentes individuales dividida por el área de la región.

2. Fuentes Lineales de Emisión

Se supone que la fuente lineal de emisión se halla a nivel del suelo, como en el caso de las autopistas y carreteras a nivel; no obstante, la teoría puede modificarse para su aplicación a fuentes elevadas de emisión.

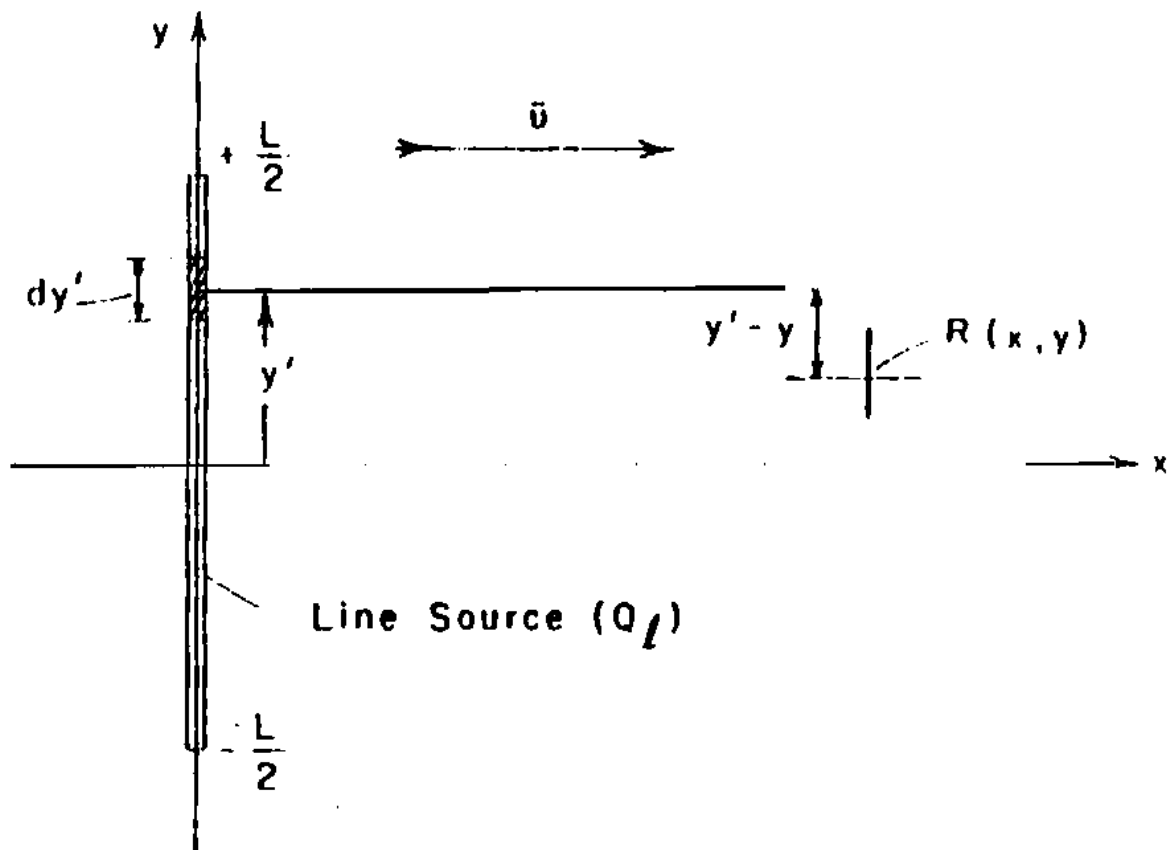


Figura 1: Fuente lineal de longitud L e intensidad Q_l normal a la dirección del viento. El receptor se halla localizado en el punto (x,y) .

La emisión proveniente de una fuente de longitud diferencial dy' será $Q_l dy'$, donde Q_l es la intensidad de la fuente lineal. Como puede observarse en la Figura (1), la fuente lineal se halla localizada sobre el eje coordenado y , mientras que el punto receptor se localiza arbitrariamente en el punto (x, y) **viento abajo** de la fuente emisora. La concentración en el punto receptor debida a las emisiones provenientes del elemento dy' localizado en $(0, y')$ y que efectivamente se comporta como una fuente puntual de emisión, se determina a partir de la ecuación para fuentes puntuales de emisión con $H = 0$. Luego,

$$d\bar{C} = \frac{Q_l dy'}{\pi \bar{u} \sigma_y \sigma_z} \exp \left[-\frac{(y'-y)^2}{2 \sigma_y^2} \right]$$

con σ_y y σ_z evaluados a la distancia x **viento abajo** al punto receptor. El efecto de impenetrabilidad del contaminante a nivel del suelo ya está considerado. La concentración en el punto receptor debida al efecto de la línea entera se halla por integración, por consiguiente:

$$\bar{C} = \frac{Q_l}{\pi \bar{u} \sigma_y \sigma_z} \int_{-L/2}^{+L/2} \exp \left[-\frac{(y'-y)^2}{2 \sigma_y^2} \right] dy'$$

Si se evalúa la integral, la concentración se expresa como

$$\bar{C} = \frac{Q_l}{\sqrt{2\pi} \bar{u} \sigma_z} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{L/2 - y}{\sqrt{2} \sigma_y} \right) + \operatorname{erf} \left(\frac{L/2 + y}{\sqrt{2} \sigma_y} \right) \right] \quad (1)$$

donde la **función error** se define como

$$\operatorname{erf} t = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^t e^{-u^2} du$$

Para pequeños valores del argumento t la **función error** se aproxima a

$$\operatorname{erf} t = \frac{2t}{\sqrt{\pi}} \left(1 - \frac{t^2}{3} + \dots \right)$$

con $\operatorname{erf} t \rightarrow 1$ para $t \rightarrow \infty$

Son de interés diferentes casos límite de la Ecuación (1). Si el receptor se encuentra a una distancia x **viento abajo** del centro de línea de la fuente emisora, entonces fijando $y = 0$ en la Ecuación (1) se encuentra que:

$$\bar{C} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{Q_l}{\bar{u} \sigma_z} \operatorname{erf} \left(\frac{L}{2\sqrt{2} \sigma_y} \right) \quad (2)$$

Si la longitud de la fuente simétrica lineal es pequeña, entonces el segundo término de la serie desarrollada para la **función error** puede despreciarse, encontrándose que

$$\bar{C} \rightarrow \frac{Q_l L}{\pi \bar{u} \sigma_y \sigma_z}$$

Si se compara esta ecuación con la correspondiente a fuentes puntuales de emisión, en la que se ha fijado $y = H = 0$, se concluye que la fuente lineal de emisión ha degenerado en una fuente puntual de emisión. Para valores de $L^2/8\sigma_y^2 \ll 1$, la Ecuación (2) se reduce a

$$\bar{C} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{Q_l}{\bar{u} \sigma_z} \quad (3)$$

que es la expresión para la concentración **viento abajo** de una fuente lineal normal al vector velocidad media del viento. Sin embargo, una fuente lineal de dimensión infinita puede parecer como de longitud finita. En efecto, a partir de los valores tabulados para la

función error, se encuentra que $\text{erf } t = 0.95$ para $t = 1.38$; por consiguiente, una fuente lineal finita puede aproximarse a una fuente infinita con una exactitud del 5% o mejor si $L \geq 3.90 \sigma_y$.

El significado de este resultado puede apreciarse mejor a través de un ejemplo numérico. Para una distancia de **1000 m viento abajo** con clase neutral de estabilidad atmosférica, el coeficiente de dispersión lateral es igual a **75 m**. Por consiguiente, la concentración en un punto localizado directamente a **1000 m viento abajo** del punto medio de la fuente lineal finita de longitud transversal a la dirección del viento igual a **293 m**, es sólo 5% menor que la concentración que produciría una fuente lineal infinita de la misma intensidad de emisión. Para este ejemplo, cuyo resultado es sensible al tipo de estabilidad, el ángulo subtendido por la fuente emisora cuando es visualizada desde el punto receptor, es sólo de **17°** de arco. Luego, se concluye que la concentración en un punto receptor está totalmente controlada por las emisiones provenientes de la fuente que yace dentro de un pequeño sector angular a ambos lados de la dirección del viento. Esta importante conclusión puede utilizarse para simplificar el cálculo de las concentraciones de contaminantes provenientes de fuentes de longitud intermedia.

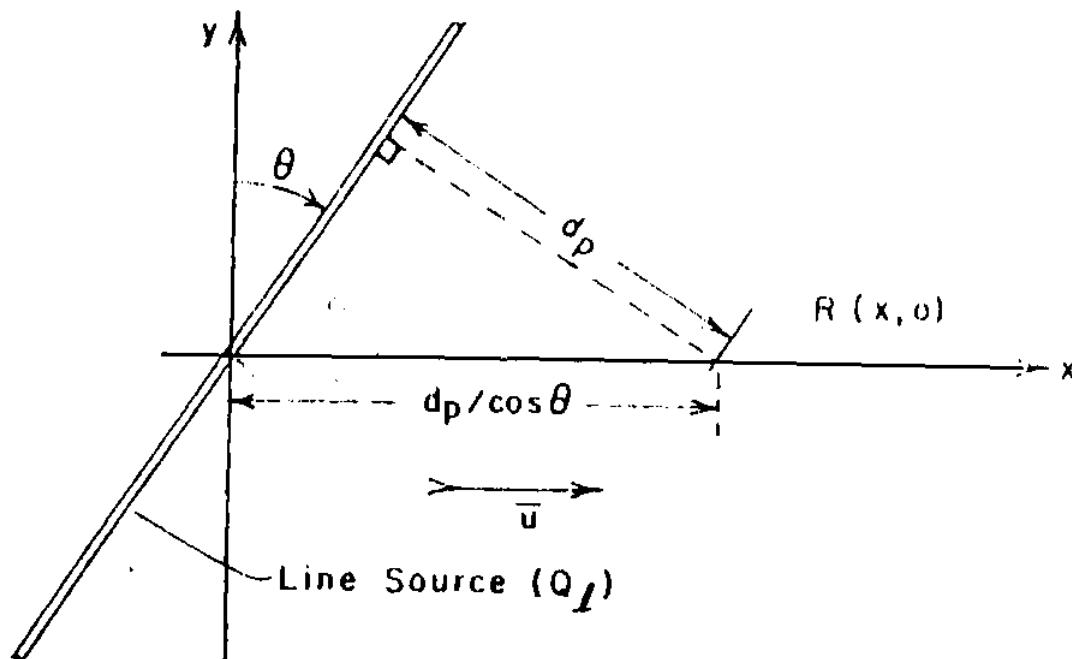


Figura 2: Fuente lineal infinita ubicada de manera oblicua con respecto a la dirección del viento. La parte de la fuente próxima al origen suministra la contribución dominante a la concentración en el punto receptor $R(x,0)$.

La fuente lineal orientada un ángulo oblicuo con respecto a la dirección media del viento (ver Figura (2)), en principio, requiere que la integral sea evaluada numéricamente. Sin em-

bargo, **Calder [1]**, mostró que una solución aproximada para la concentración **viento abajo** de una fuente lineal de emisión a nivel del suelo puede expresarse como

$$\bar{C} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{Q_l}{\bar{u} \cos \theta \sigma_z (d_p / \cos \theta)} \quad (4)$$

Aquí d_p es la distancia perpendicular entre el receptor y la fuente lineal infinita y θ es el ángulo determinado por su normal y la dirección del viento. Obsérvese que σ_z se evalúa a la distancia $d_p / \cos \theta$ que corresponde a la distancia x que una cantidad de contaminante viaja para alcanzar al punto receptor si es transportado por el viento. Por otra parte **Calder [1]**, encontró que la Ecuación (4) coincide con la solución suministrada por una integración numérica exacta para ángulos tan grandes como 75° .

3. Fuentes Superficiales de Emisión

Una fuente superficial, cuyo ancho x_1 es normal a la dirección del viento, puede analizarse como una extensión del concepto de fuente lineal de emisión. Si la dimensión transversal de la fuente es suficientemente grande como para considerarse de extensión infinita, entonces puede dividirse en una serie de fuentes lineales infinitas de intensidad de emisión $Q_a dx'$ por unidad de longitud (ver Figura (3a)), donde Q_a (grs/m² seg) es la emisión de la fuente superficial.

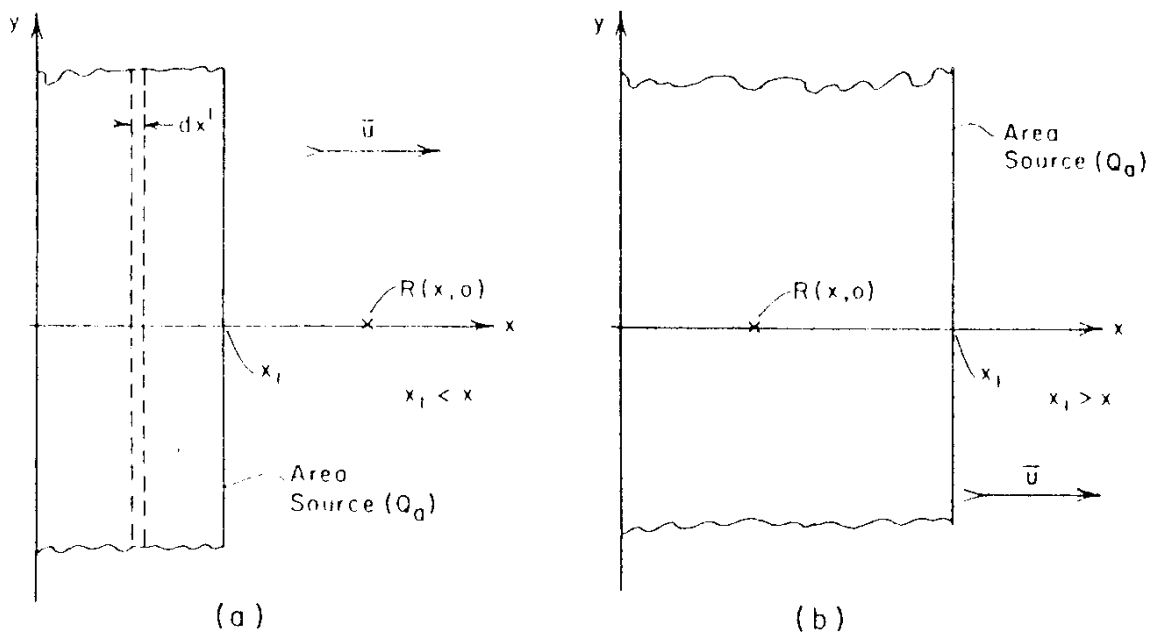


Figura 3: Tira infinita de fuente superficial de ancho x_1 . (a) El receptor es exterior a la fuente superficial. (b) El receptor es interior a la fuente.

La concentración en un punto receptor ubicado en $(x,0)$ se expresa a través de la Ecuación (3) como

$$d\bar{C} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{Q_a}{\bar{u} \sigma_z} dx' \quad (5)$$

donde σ_z se evalúa a la distancia $x - x'$ la distancia. Para integrar esta última expresión se utiliza la expresión fenomenológica del coeficiente de dispersión vertical, así

$$\sigma_z = c(x - x')^d$$

donde los valores de c y d se seleccionan de acuerdo con el tipo de estabilidad atmosférica. La concentración en el punto receptor se expresa como

$$\bar{C} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{Q_a}{\bar{u} c} \int_0^{x_1} \frac{dx'}{(x - x')^d} \quad (6)$$

Esta integral se evalúa para suministrar el resultado final de una fuente de área de forma de tira o banda de longitud infinita.

$$\bar{C} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{Q_a}{\bar{u} c (1-d)} [x^{1-d} - (x - x_1)^{1-d}] \quad (7)$$

Para $x_1 = x$ el receptor está localizado en el borde de la superficie **viento abajo** o en el interior de la fuente de área (ver Figura (3b)), y la Ecuación (7) se reduce a

$$\bar{C} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{Q_a x}{\bar{u} (1-d) \sigma_z(x)} \quad (8)$$

donde

$$\sigma_z(x) = c x^d$$

y x es la distancia **viento arriba** desde el punto receptor al borde delantero de la fuente de área.

Se espera que la Ecuación (8) sea una buena aproximación para una banda o tira infinita de superficie inclinada con respecto a la dirección media del viento, cuando el punto receptor es interior a la fuente de área, siempre que la distancia x sea medida desde el borde delantero de la fuente al receptor en la dirección contraria al viento. En este caso la integral de área es incorrectamente evaluada en el borde delantero, sin embargo esta porción de fuente de área contribuye débilmente a la concentración en el punto receptor. Esta aproximación fallará cuando se consideren ángulos de oblicuidad pronunciados, pero los límites de seguridad ya han sido

determinados. No se dispone de soluciones con formas exactas y cerradas para el caso en que la fuente de área tenga dimensiones transversales al viento finitas. En este caso, la concentración en un punto receptor a una distancia $(x - x_1)$ a partir del borde ubicado **viento abajo** de la fuente finita viene expresada por

$$\bar{C} = \frac{Q_a}{\pi u} \int_{y'=-L/2}^{y'=+L/2} \int_{x'=0}^{x'=x_1} \exp \left[-\frac{(y - y')^2}{2 \sigma_y^2} - \frac{H^2}{2 \sigma_z^2} \right] dx' dy' \quad (9)$$

donde $\sigma_y = \sigma_y(x - x')$ y $\sigma_z = \sigma_z(x - x')$. Esta integral, que puede requerir un considerable esfuerzo numérico para su evaluación, usualmente puede evitarse utilizando un método de aproximación dado por **Calder**. Anteriormente se había mencionado que una fuente lineal relativamente corta, normal a la dirección del viento, puede parecer infinita a un receptor ubicado **viento abajo**. Este concepto puede aplicarse en el caso de una fuente superficial para facilitar el cálculo de la concentración **viento abajo**.

Dado que la porción de la fuente en un pequeño sector **viento arriba** contribuye significativamente en el punto receptor, sólo se comete un pequeño error suponiendo que la fuente tiene una dimensión transversal infinita. En este caso, se encuentra, a partir de la ecuación para una fuente lineal infinita que

$$d\bar{C} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{Q_a}{u \sigma_z} \exp \left(-\frac{H^2}{2 \sigma_z^2} \right) \quad (10)$$

con $\sigma_z = \sigma_z(x - x')$ aplicable a un incremento diferencial transversal al viento de fuente superficial localizada a una altura H sobre el suelo (ver Figura (4a)).

Es de esperar que el empleo de una dimensión infinita transversal al viento, constituya una mejor aproximación para las fuentes superficiales debido a que la contribución de mayor peso en el punto receptor será siempre aquella que provenga de la dirección contraria al viento. La concentración debida a una fuente superficial finita se obtiene integrando la Ecuación (10) sobre x' ,

$$\bar{C} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{Q_a}{u} \int_0^{x_1} \frac{1}{\sigma_z} \exp \left(-\frac{H^2}{2 \sigma_z^2} \right) dx' \quad (11)$$

donde σ_z se valúa durante el proceso de integración en la variable distancia **viento abajo** $(x - x')$. El empleo de la Ecuación (11), que evita un enorme esfuerzo com-

putacional, en lugar de la expresión integral exacta, Ecuación (9), se conoce como la **narrow plume approximation** (ver Calder [1]).

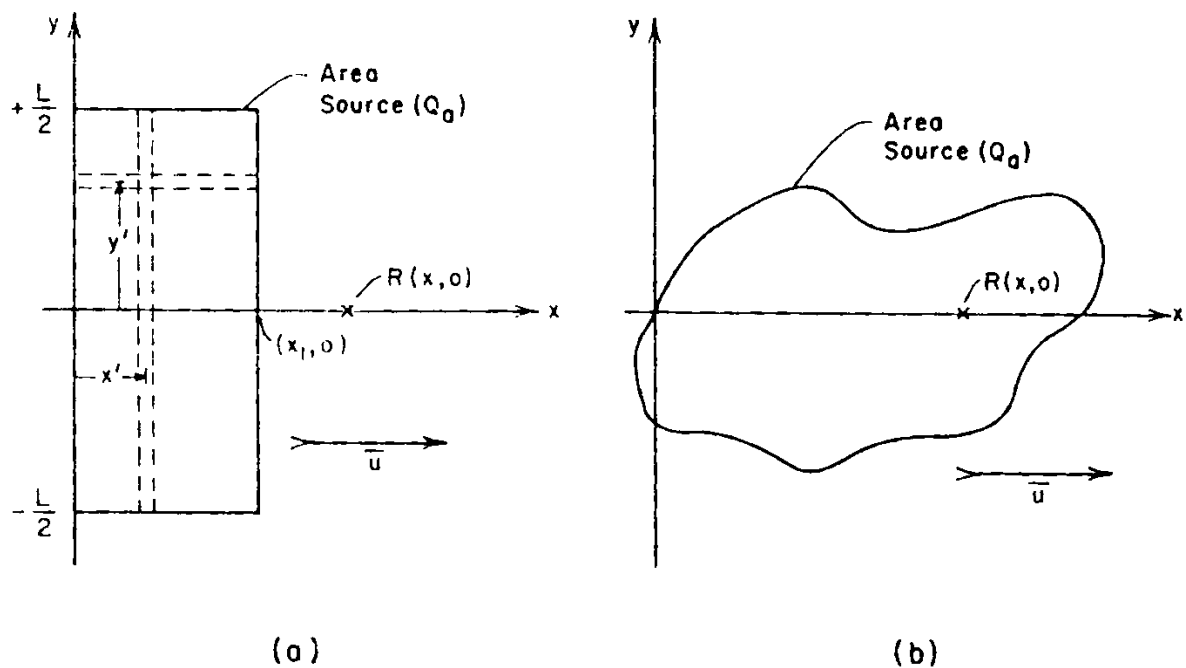


Figura 4: Fuentes superficiales finitas. (a) Fuente rectangular con un receptor externo. (b) Fuente superficial de forma arbitraria con un receptor interno.

No obstante que la aproximación antes descripta es válida en términos de una fuente de área superficial normal a la dirección del viento, también lo es para una fuente superficial con un punto receptor interior de forma arbitraria (ver Figura (4b)), donde $x_1 = x$ que se interpreta como la distancia desde el punto receptor hacia el borde ubicado **viento arriba** de la fuente. Por otra parte, el borde **viento arriba** no necesita ser normal a la dirección del viento debido a que la contribución más importante a la concentración en el punto receptor proviene de la porción de fuente superficial que se encuentra inmediatamente ubicada **viento arriba**.

Calder [1] efectuó una comparación extensiva de la exactitud de la **narrow plume approximation** (ver Figura (5)). Muchos cálculos individuales de la concentración **viento abajo** de las fuentes superficiales efectuados por doble integración (Ecuación (9)) se compararon con la **narrow plume approximation** (Ecuación (11)). La Figura (5) muestra que el método aproximado resultó de una gran exactitud para la mayor parte de las de las geometrías consideradas.

Frecuentemente, la fuente superficial se halla a nivel del suelo, $H = 0$, en cuyo caso, la Ecuación (11) puede integrarse si se emplea una expresión tipo ley de la potencia para σ_z . El

resultado, por supuesto, es el mismo que el suministrado por las Ecuaciones (7) y (8) para una fuente superficial infinita. La integral de la Ecuación (11) también puede evaluarse mediante una serie de fuentes superficiales de diversa intensidad ubicadas **viento arriba**, en cuyo caso, la integral se evalúa en una forma que toma en consideración el valor local de la intensidad de la fuente emisora.

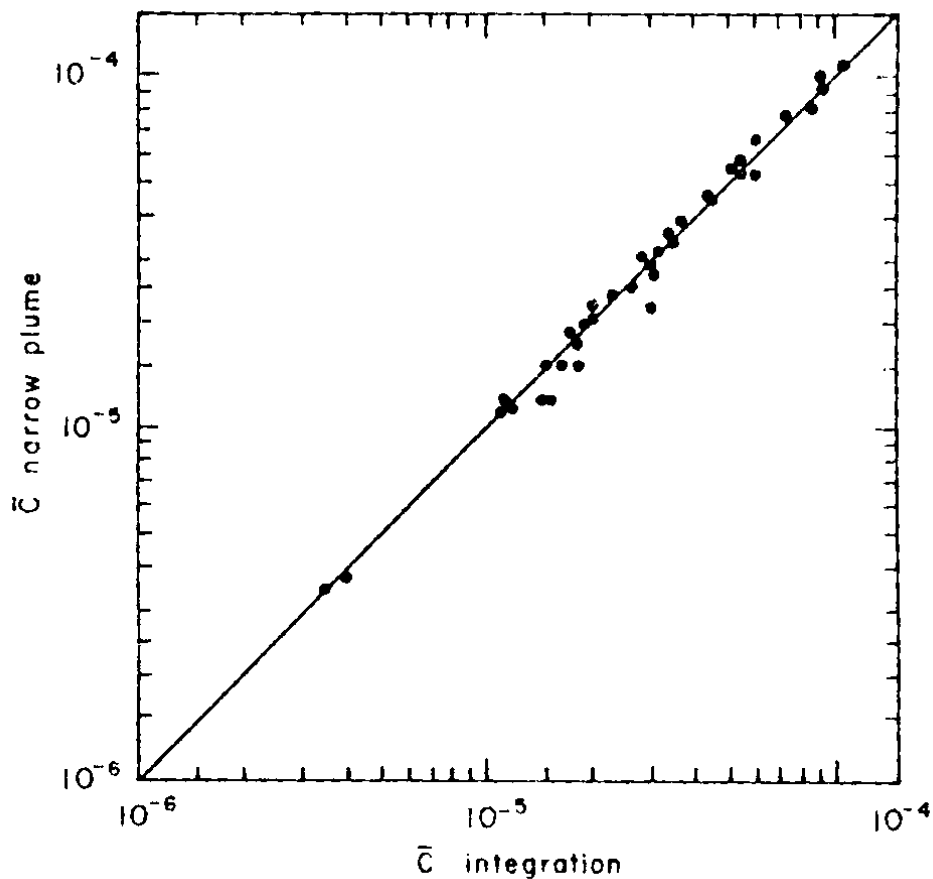


Figura 5: Comparación de las concentraciones predichas por el uso de la hipótesis de la pluma estrecha (Ecuación (11)) con la doble integración exacta (Ecuación (9)). La recta a 45° representa una coincidencia perfecta entre los dos métodos [datos obtenidos por R. C. Kock y S. D. Thayer y citados por K. L. Calder, *Atmos. Environ.* **11**, 408 (1977)].

Referencias

1. K. L. Calder, On Estimating Air Pollution Concentrations from a Highway in an Oblique Wind, *Atmos. Environ.*, **7**, pp. 863-868 (1973).