

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL**

**FACULTAD REGIONAL ROSARIO**

**DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA QUÍMICA**

# **FENÓMENOS DE TRANSPORTE**

**NOTAS DE CÁTEDRA: “UNIDAD TEMÁTICA 9”**

- **TRANSPORTE EN INTERFASE**
- **BALANCES MACROSCÓPICOS**

Revisión: Marzo 2009

*“La presente es una recopilación de diversas notas y apuntes de cátedra dispersas que fueron elaboradas o redactadas en los últimos años. Se agradece especialmente la colaboración de los alumnos cursantes en 2008: Cimorelli, María Soledad; Julio, Rodrigo; Scabini, Ada; Pellegrini, Damián; Squarzon, Pedro para su compilación y organización, que con la coordinación del Auxiliar Juan M. Dominguez permite disponer de esta versión revisada. Se advierte que estas notas son solo una guía para el estudio, debiendo consultarse la bibliografía recomendada en cada tema para lograr un conocimiento pleno de los mismos.”*

**Cátedra de Fenómenos de Transporte**

**Ing. Jorge E. Robin**

**Ing. Marcela N. Kaminsky**

**Juan M. Dominguez**

---

## 9.A. TRANSPORTE EN INTERFASE

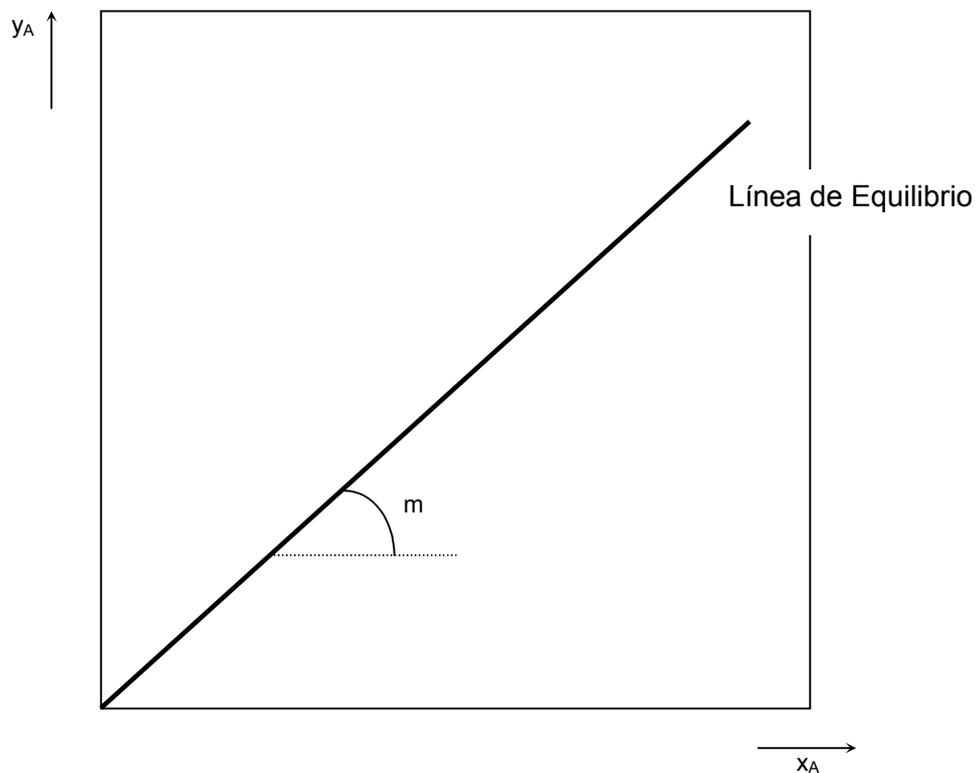
---

### 9.A.0. INTRODUCCIÓN

Consideramos que únicamente un componente de una fase (sólida, líquida o gaseosa), es transferido desde el seno de la misma hacia otra fase, a través de una frontera que se denomina superficie de interfase ó simplemente “interfase”.

Para que exista, se debe cumplir la condición de que ambas fases sean inmiscibles entre sí. Se postula habitualmente que en la superficie de interfase se cumple o existe “una condición de equilibrio”, o sea, que ambas fases – en la interfase – están en equilibrio con respecto al componente que nos ocupa.

Este equilibrio entre las fases se puede determinar experimentalmente, para cada composición a distintas temperaturas y presiones, así que será un dato a averiguar independientemente de la transferencia de materia que nos ocupa, aceptándose normalmente que las variaciones son lineales con la composición (a igual temperatura y presión). De esta forma, si hacemos una representación en un diagrama cartesiano, a una fase le corresponderá la coordenada “x” (abscisas) y a la otra la coordenada “y” (ordenadas). Se puede trazar una línea que represente el equilibrio, que será una recta que pase por el origen con una pendiente determinada al caso, simbolizada como “m”, conocida como “la expresión de equilibrio de la ley de Henry.”



**9.A.1. COEFICIENTES INDIVIDUALES**

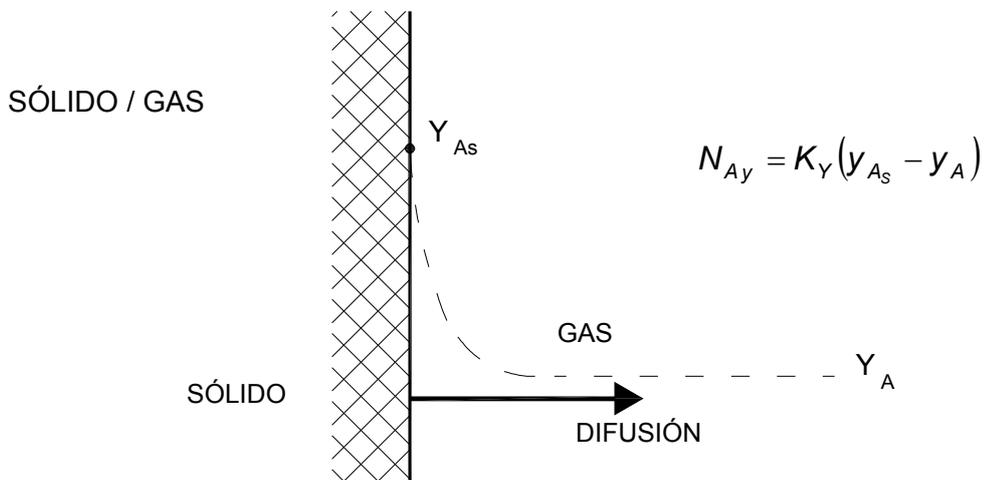
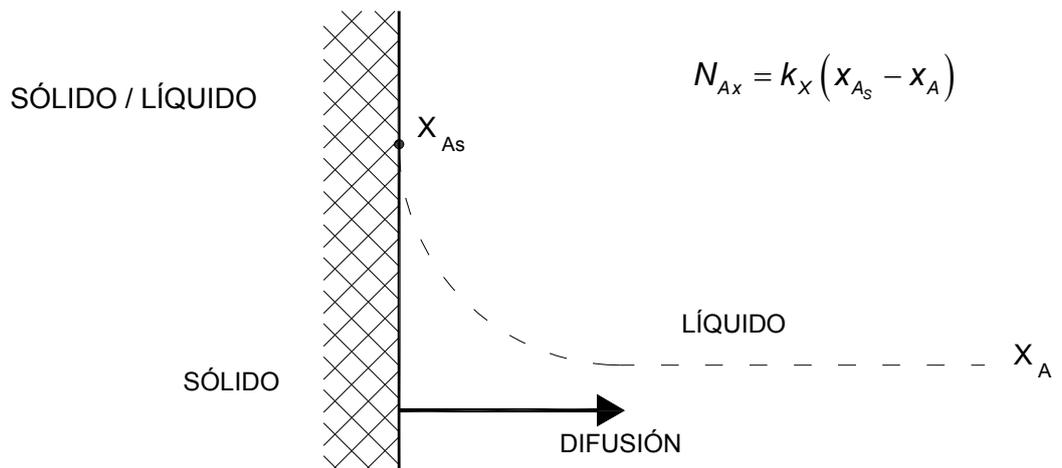
Si ahora considero dos fases, donde se está transfiriendo un componente de una fase a la otra en estado estacionario, como no puede haber acumulación de materia en la interfase, puedo observar que para ese componente que se transfiere tendré una diferencia de concentraciones desde la masa global de una fase hasta la interfase, mientras que también debe existir otra diferencia de concentraciones desde la interfase hasta la masa global de la otra fase.

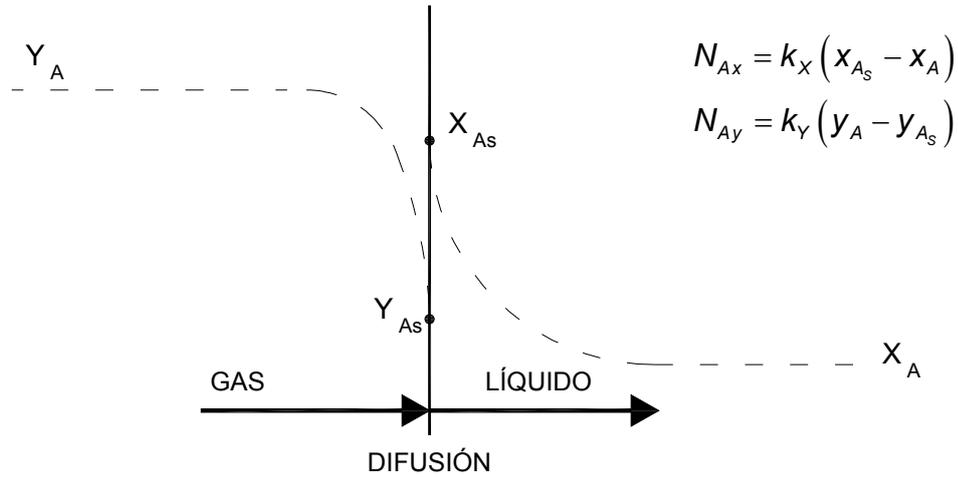
Se deben definir para cada fase involucrada, en general,

$$N_A = k_x (x_{A_s} - x_A)$$

Donde  $k_x$  es el coeficiente individual de transferencia de materia en la fase considerada,  $x_{A_s}$  la fracción molar del componente de la interface que está en equilibrio a una temperatura definida y  $x_A$  la fracción molar global del componente en la fase.

Así se pueden ejemplificar:

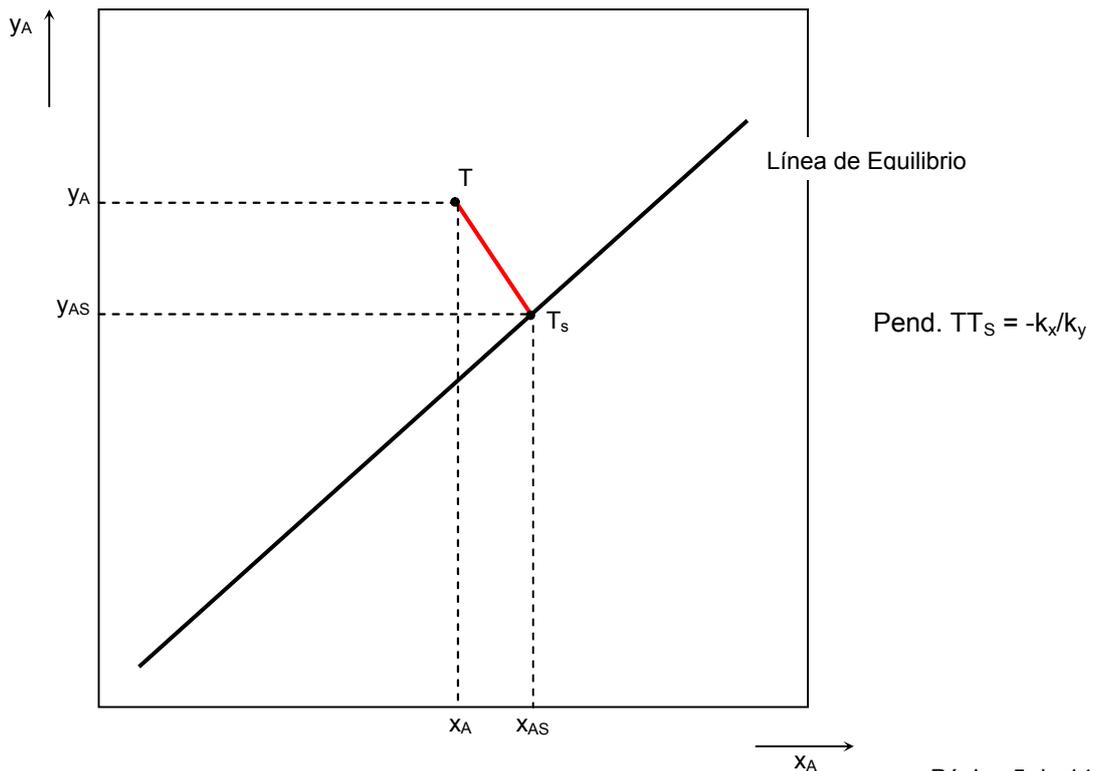




En el diagrama de equilibrio, se pueden representar las composiciones en la masa global de cada fase por un único punto  $(x_A, y_A)$ . Siendo la densidad de flujo de materia para cada fase el mismo que para la otra, pero como las diferencias de concentración serán distintas en general, la resistencia a la transferencia en cada fase será diferente, representada por los sendos coeficientes  $(k_x, k_y)$ .

Este diagrama muestra que debe cumplirse que una recta que pase por el punto  $(x_A, y_A)$  debe intersecar en algún lugar a la línea de equilibrio, de coordenadas  $(x_{As}, y_{As})$  que corresponde a la composición en la interfase. La pendiente de esa recta se calcula fácilmente y corresponde a la relación:

$$-\frac{k_x}{k_y} = \frac{y_A - y_{As}}{x_A - x_{As}}$$



### 9.A.2. COEFICIENTES GLOBALES

Como en la interfase existe una discontinuidad en el perfil de concentraciones, el coeficiente global debe estar referido a cada una de las fases con una fuerza impulsora, que será la diferencia de fracciones molares entre la fase considerada y una fracción molar de equilibrio en la otra fase.

Así,

$$N_A = K_Y (y_A - y_A^*) \quad (I)$$

Siendo:

- $K_Y$  el coeficiente global basado en la fase y (gaseosa).
- $y_A$  la fracción molar global de la fase (gaseosa).
- $y_A^*$  la fracción molar en la fase y “en equilibrio” con la otra fase (líquida) de composición global  $x_A$ .

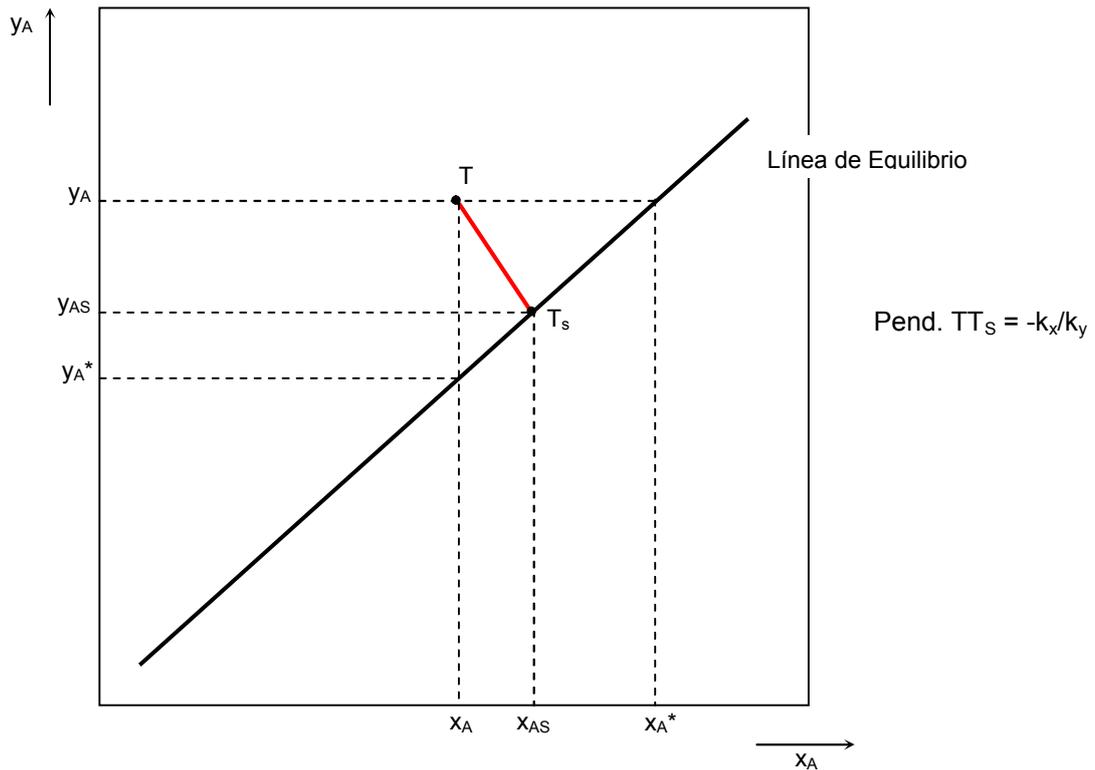
Y,

$$N_A = K_x (x_A^* - x_A) \quad (II)$$

Siendo:

- $K_x$  coeficiente global basado en fase x (líquida).
- $x_A$  la fracción molar global de la fase (líquida).
- $x_A^*$  la fracción molar de la fase x “en equilibrio” con la otra fase (gaseosa) de composición global  $y_A$ .

También se puede razonar que; dada una composición en la masa global del componente en una fase, ¿cuál será la composición de equilibrio que le corresponda respecto de la otra fase? Si uno traza, en el punto  $(x_A, y_A)$  una línea paralela a cada eje coordenado, en algún lugar cortará la línea de equilibrio, esa intersección corresponde a la composición de la otra fase en equilibrio con la que nos ocupa, los puntos se denotan como  $(x_A^*, y_A^*)$ , y en algunos casos se califican erróneamente como “ficticios”.



Se destaca que no hay puntos ficticios, todas las coordenadas de puntos tienen una representación y un significado, aunque los valores  $(x_A^*, y_A^*)$  sólo se alcanzan cuando se llegue al equilibrio en las condiciones establecidas anteriormente.

Para componentes puros en una fase, la composición es constante y la composición de la masa global coincide con la de ese componente en la interfase que le corresponde, por ejemplo, en la evaporación de agua líquida pura en aire no saturado de vapor  $(x_A = x_{A_s})$ , pero  $(y_A)$  será distinto de  $(y_{A_s})$  si hay evaporación.

Para obtener las relaciones entre  $K_x$ ,  $K_y$  y  $m$  se puede proceder de la siguiente manera:  
Recordando que:

$$y_A - y_{A_s} = \frac{N_A}{k_y} \quad (1)$$

$$x_{A_s} - x_A = \frac{N_A}{k_x} \quad (2)$$

Para mezclas que siguen la ley de Henry,

$$p_A = x_A \cdot H_A \quad p_A: \text{presión parcial del componente A}$$

y de Raoult,

$$y_A = \frac{P_A}{P} = \frac{x_A \cdot H_A}{P} = m \cdot x_A \quad (3)$$

Para la interfase,

$$y_{As} = m \cdot x_{As} \quad (4)$$

que combinada con (2),

$$\frac{y_{As}}{m} - x_A = \frac{N_A}{k_X} \quad (5)$$

y ordenando,

$$y_{As} - m \cdot x_A = \frac{m \cdot N_A}{k_X} \quad (6)$$

Por lo tanto, de las ecuaciones (1) y (6), sumándolas,

$$(y_A - y_{As}) + (y_{As} - mx_A) = N_A \left( \frac{1}{k_Y} + \frac{m}{k_X} \right)$$

como, por la ley de Henry,  $mx_A$  es una condición de equilibrio, x define,

$$y_A^* = m \cdot x_A \quad (7)$$

quedando,

$$y - y_A^* = N_A \left( \frac{1}{k_Y} + \frac{m}{k_X} \right) \quad (8)$$

donde,

$$K_y = \frac{1}{\left( \frac{1}{k_Y} + \frac{m}{k_X} \right)} \quad (III)$$

La anterior deducción es válida, sólo si el valor de **m** de la ecuación (7) es idéntico al de (4), es decir, si la “curva” de equilibrio es una recta. En general, en la zona de bajas concentraciones del componente sigue la ley de Henry con  $m=cte$ .

Un análisis similar permite obtener,

$$K_X = \frac{1}{\left( \frac{1}{k_X} + \frac{1}{m \cdot k_Y} \right)} \quad (IV)$$

Se debe tener en cuenta que aunque los coeficientes individuales ( $k_x, k_y$ ) sean constantes, los coeficientes globales  $K_x$  y  $K_y$  dependen de la concentración, de la presión y la temperatura a través de  $m$ .

En el caso de que el coeficiente global resulte igual a alguno de los coeficientes individuales, al fenómeno es controlado por esa fase, por ejemplo si:

- $\frac{m}{k_x} \lll \frac{1}{k_y}$  resulta  $K_y \cong k_y$  (la fase gaseosa controlante)
- $\frac{1}{mk_y} \lll \frac{1}{k_x}$  será  $K_x \cong k_x$  (la fase líquida controlante)

Para el caso de líneas de equilibrio curvas no deberán usarse las ecuaciones anteriores, pero como la determinación experimental de  $x_{As}$  e  $y_{As}$  es prácticamente imposible de conseguir, también se utiliza con cuidado en esas condiciones.

### **9.A.3. COEFICIENTES DE TRANSFERENCIA DE MATERIA Y DIFUSIÓN**

Las densidades de flujo de materia que se obtuvieron particularmente son;

- a) En película gaseosa estancada ( $N_B=0$ ) que se puede aplicar al caso de la absorción y/o desorción de gases, extracción de líquidos con un solvente, evaporación de un componente, etcétera.

$$N_{Az} = x_A N_{Az} - cD_{AB} \frac{dx_A}{dz}$$

$$N_{Az} = -\frac{cD_{AB}}{(1-x_A)} \frac{dx_A}{dz} = \frac{cD_{AB}}{(z_2 - z_1)x_{BLn}} (x_{A1} - x_{A2})$$

Por lo tanto, el coeficiente individual de transferencia de materia será,

$$k_x = \frac{cD_{AB}}{(z_2 - z_1)x_{BLn}}$$

- b) En difusión equimolar ( $N_A=-N_B$ ), aplicable a la destilación binaria adiabática,

$$N_{Az} = -cD_{AB} \frac{dx_A}{dz}$$

$$N_{AZ} = \frac{cD_{AB}}{(z_2 - z_1)}(x_{A1} - x_{A2})$$

Siendo;

$$k_x = \frac{cD_{AB}}{(z_2 - z_1)}$$

En ambos casos,  $(z_2 - z_1)$  es la distancia de la interfase al núcleo global de la fase (donde  $x_A$  es constante), y  $(x_{A1} - x_{A2})$  es la diferencia de concentración entre la interfase y la región de composición constante.

Los coeficientes individuales, entonces, se pueden calcular conociendo la concentración global y el coeficiente de difusión. No obstante, el “espesor de la película”  $(z_2 - z_1)$  es difícil de definir.

Por lo tanto, los coeficientes de difusión comúnmente son obtenidos experimentalmente, midiendo la velocidad de difusión para ciertas composiciones conocidas.

## 9.B. BALANCES MACROSCÓPICOS

### 9.B.1. TRANSFERENCIA POR CONVECCIÓN EN TORRES

Cuando se desea transferir un componente desde una fase a otra comúnmente se ponen las fases en contacto en contracorriente. Como la velocidad de transferencia viene expresada por:

$$W_A = K_X \cdot A_i \cdot (x_A - x_A^*)$$

ó

$$W_A = K_Y \cdot A_i \cdot (y_A^* - y_A)$$

Se observa que es una función del área de contacto ( $A_i$ ) entre las fases, siendo  $W_A$  la velocidad de transferencia de materia.

Para limitar el tamaño del equipo se utilizan torres o columnas con un relleno, que aumenta la superficie de la interfase. El valor real del área es difícil de medir, definiéndose una “superficie volumétrica” (área de contacto por unidad de volumen del equipo), quedando,

$$\frac{W_A}{Vol} = K_X \cdot a \cdot (x_A - x_A^*)$$

$$\frac{W_A}{Vol} = K_Y \cdot a \cdot (y_A^* - y_A)$$

Siendo,

$$W_A = N_A \cdot A_i$$

se puede escribir,  $A_i = a \cdot A \cdot Z$  donde  $A$  es la sección vacía del equipo (sin relleno) y  $Z$  la longitud (del contacto o altura de relleno).

Para un elemento diferencial de altura de equipo,

$$dA_i = a \cdot A \cdot dz$$

$$y \quad N_A \cdot dA_i = K_Y \cdot a \cdot (y_A^* - y_A) \cdot A \cdot dz \quad (1)$$

Donde se asume que,  $a$  es constante; que las concentraciones son uniformes en la sección transversal; que las soluciones son diluidas con  $K_X$  y  $K_Y$  constantes; que la velocidad de flujo de masa de cada fase es constante.

Para el elemento diferencial de altura (dz) se puede escribir,

$$-N_A \cdot dA_i = A \cdot G \cdot dy_A = A \cdot L \cdot dx_A \quad (2)$$

siendo G y L las velocidades de flujo de cada fase por unidad de área de sección vacía.

Para la sección interior;

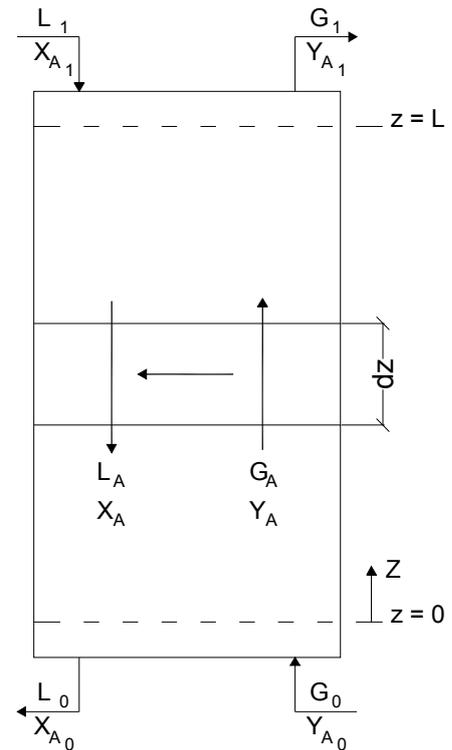
$$G_0 \cdot y_{A0} + L_A \cdot x_A = G_A \cdot y_A + L_0 \cdot x_{A0}$$

y si  $G_0 = G_A$ ,  $L_0 = L_A$ , constantes,

$$G \cdot (y_{A0} - y_A) = L \cdot (x_{A0} - x_A)$$

Para la superior;

$$G \cdot (y_A - y_{A1}) = L \cdot (x_A - x_{A1})$$



Por lo tanto, en un diagrama de composiciones, la variación de  $x_A$  e  $y_A$  en cualquier altura  $z$  estará situada sobre una recta que une  $x_A, y_A$ , con  $x_{A0}, y_{A0}$ , denominada "línea de operación" cuando cumplen la ley de Henry, y cuya pendiente será  $L/G$

Para hallar las composiciones de la interfase que se corresponden con un punto de la torre se debe tener en cuenta que se pueden relacionar por,

$$N_A = k_y (y_A - y_{A_s})$$

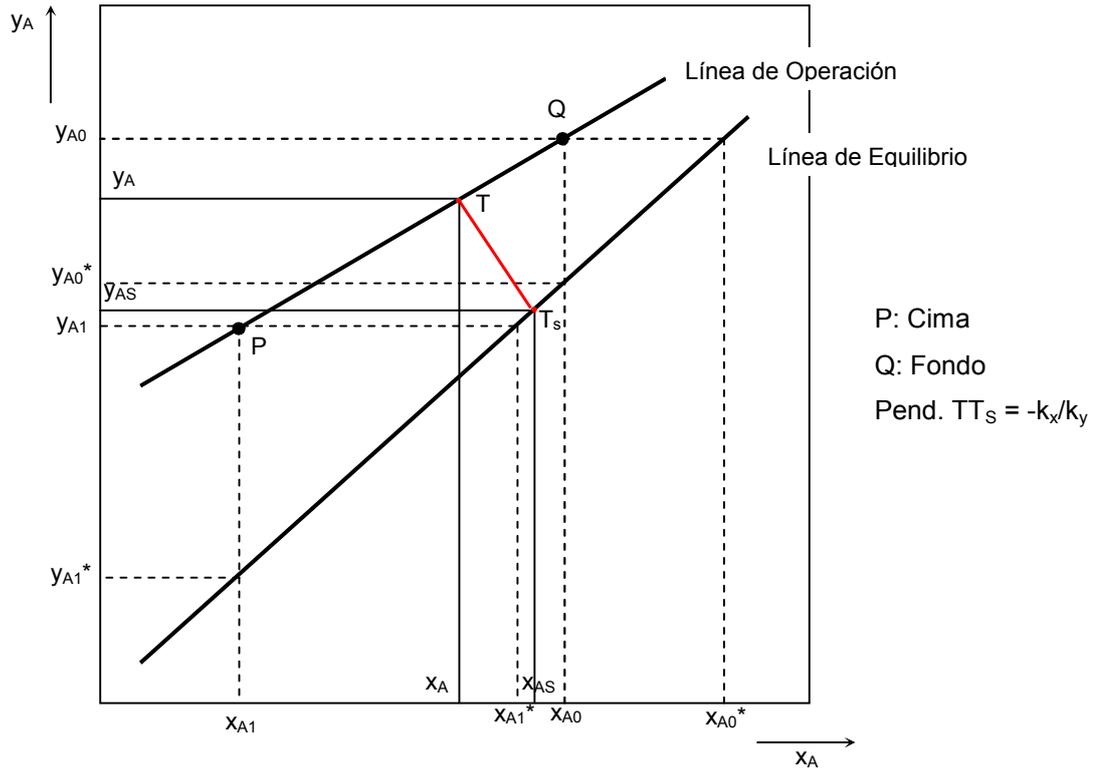
$$N_A = k_x (x_{A_s} - x_A)$$

Y entonces,

$$-\frac{k_x}{k_y} = \frac{y_A - y_{A_s}}{x_A - x_{A_s}}$$

Que es una recta de pendiente  $-\frac{k_x}{k_y}$  que pasa por  $(x_A, y_A)$  y  $(x_{A_s}, y_{A_s})$  tal como se

muestra por la recta que pasa por  $TT_S$ .



Combinando las ecuaciones (1) y (2),

$$K_y \cdot a \cdot (y_A - y_A^*) \cdot A \cdot dz = A \cdot G \cdot dy_A$$

Quedando:

$$\int_0^z dz = \frac{G}{K_y \cdot a} \int_{y_{A1}}^{y_{A0}} \frac{dy_A}{(y_A - y_A^*)}$$

Y como  $y_A$  e  $y_A^*$  son función lineal de  $x_A$ ,  $y_A$ , en diferencia también lo será, luego haciendo:

$$y_A - y_A^* = \Delta$$

$$\frac{d\Delta}{dy_A} = \frac{\Delta_0 - \Delta_1}{y_{A0} - y_{A1}} = \text{cte}$$

Y entonces,

$$Z = \frac{G}{K_y \cdot a} \cdot \frac{y_{A0} - y_{A1}}{\Delta_0 - \Delta_1} \cdot \int_{\Delta_1}^{\Delta_0} \frac{d\Delta}{\Delta}$$

Que integrada:

$$Z = \frac{G}{K_y \cdot a} \cdot \frac{y_{A_0} - y_{A_1}}{(y_A - y_A^*)_{\ln}}$$

Siendo,

$$(y_A - y_A^*)_{\ln} = \frac{(y_A - y_A^*)_0 - (y_A - y_A^*)_1}{\ln \frac{(y_A - y_A^*)_0}{(y_A - y_A^*)_1}}$$

La altura del relleno puede ser calculada entonces en función de  $K_y \cdot a$  (como la anterior), o de  $k_y \cdot a, K_x \cdot a, k_x \cdot a$ , quedando,

$$Z = \frac{G}{K_y \cdot a} \cdot \frac{y_{A_0} - y_{A_1}}{(y_A - y_A^*)_{\ln}} = H_{OG} \cdot n_{OG}$$

$$Z = \frac{G}{k_y \cdot a} \cdot \frac{y_{A_0} - y_{A_1}}{(y_A - y_{AS})_{\ln}} = H_G \cdot n_G$$

$$Z = \frac{L}{K_x \cdot a} \cdot \frac{x_{A_0} - x_{A_1}}{(x_A^* - x_A)_{\ln}} = H_{OL} \cdot n_{OL}$$

$$Z = \frac{L}{k_x \cdot a} \cdot \frac{x_{A_0} - x_{A_1}}{(x_{AS} - x_A)_{\ln}} = H_L \cdot n_L$$

Donde la altura del relleno (Z) se puede expresar en función de una altura, llamada **altura de la unidad de transferencia** (HTU) por un número denominado **número de unidades de transferencia** (NTU).

La HTU tiene las dimensiones de una longitud y representa la capacidad de ejecutar una transferencia dada, mientras la NTU es un número que representa la dificultad para alcanzarla.

Estas relaciones son válidas para soluciones diluidas (fracciones molares menores de 0.05), siendo más simples las que usan los coeficientes globales porque no hace falta calcular la concentración de la fase gaseosa y la fuerza impulsora ( $y - y^*$ ) o ( $x^* - x$ ) se obtiene del diagrama.

Las ecuaciones anteriores se pueden aplicar a la absorción de gases, destilación, extracción líquido-líquido, humidificación u otras operaciones de separación difusional.